

# 2023 军队文职笔试考前 30 分

公共科目 & 数学 1

华图教育

## 目 录

第一部分 公共科目.....	1
第一章 基础知识部分.....	1
第一节 时政考点.....	1
第二节 政治考点.....	3
第三节 经济考点.....	10
第四节 人文与社会考点.....	14
第五节 法律考点.....	17
第二章 岗位能力部分.....	20
第一节 言语理解与表达.....	20
第二节 判断推理.....	23
第三节 数量关系.....	28
第四节 资料分析.....	34
第二部分 专业科目.....	39
第一章 高等数学.....	39
第一节 函数 极限 连续.....	39
第二节 一元函数微分学.....	40
第三节 一元函数积分学.....	41
第四节 多元函数微分学.....	42
第五节 多元函数积分学.....	43
第六节 常微分方程.....	43
第七节 无穷级数.....	43
第八节 向量代数与空间解析几何.....	44
第二章 线性代数.....	48
第一节 行列式.....	48
第二节 矩阵.....	48
第三节 向量.....	49
第四节 线性方程组.....	50
第五节 矩阵的相似化简.....	51
第六节 二次型.....	51
第三章 概率论与数理统计.....	52
第一节 随机事件和概率.....	52
第二节 一维随机变量及其分布.....	54
第三节 二维随机变量及其分布.....	56
第四节 随机变量的数字特征.....	57
第五节 大数定律和中心极限定理.....	57
第六节 样本及抽样分布.....	58
第七节 参数估计与假设检验.....	58

## 第一部分 公共科目

### 第一章 基础知识部分

#### 第一节 时政考点

##### 一、二十大概况

2022年10月16日至10月22日上午，中国共产党第二十次全国代表大会在北京人民大会堂召开。主要内容：

习近平代表第十九届中央委员会向大会作报告；

大会选举产生新一届中央委员会和中央纪律检查委员会；

大会通过了关于十九届中央委员会报告的决议、关于十九届中央纪律检查委员会工作报告的决议、关于《中国共产党章程（修正案）》的决议。

##### 二、二十大报告主要内容

###### 1. 大会主题

高举中国特色社会主义伟大旗帜，全面贯彻新时代中国特色社会主义思想，弘扬伟大建党精神，自信自强、守正创新，踔厉奋发、勇毅前行，为全面建设社会主义现代化国家、全面推进中华民族伟大复兴而团结奋斗。

###### 2. 三个务必

全党同志务必不忘初心、牢记使命，务必谦虚谨慎、艰苦奋斗，务必敢于斗争、善于斗争，坚定历史自信，增强历史主动，谱写新时代中国特色社会主义更加绚丽的华章。

###### 3. 十年来，我们经历的三件大事

一是迎来中国共产党成立一百周年；

二是中国特色社会主义进入新时代；

三是完成脱贫攻坚、全面建成小康社会的历史任务，实现第一个百年奋斗目标。

###### 4. 跳出历史周期率的第二个答案

经过不懈努力，党找到了自我革命这一跳出治乱兴衰历史周期率的第二个答案，确保党永远不变质、不变色、不变味。

###### 5. 归根到底是两个“行”

实践告诉我们，中国共产党为什么能，中国特色社会主义为什么好，归根到底是马克思主义行，是中国化时代化的马克思主义行。

#### 6. 中国共产党的中心任务

从现在起，中国共产党的中心任务就是团结带领全国各族人民全面建成社会主义现代化强国、实现第二个百年奋斗目标，以中国式现代化全面推进中华民族伟大复兴。

#### 7. 中国式现代化的特色

是中国共产党领导的社会主义现代化；

是人口规模巨大的现代化；

是全体人民共同富裕的现代化；

是物质文明和精神文明相协调的现代化；

是人与自然和谐共生的现代化；

是走和平发展道路的现代化。

#### 8. 中国式现代化的本质要求

坚持中国共产党领导，坚持中国特色社会主义，实现高质量发展，发展全过程人民民主，丰富人民精神世界，实现全体人民共同富裕，促进人与自然和谐共生，推动构建人类命运共同体，创造人类文明新形态。

#### 9. 牢牢把握五个重大原则

前进道路上，必须牢牢把握以下重大原则：

**坚持**和加强党的全面领导；

**坚持**中国特色社会主义道路；

**坚持**以人民为中心的发展思想；

**坚持**深化改革开放；

**坚持**发扬斗争精神。

#### 10. 全面建设社会主义现代化国家的首要任务

**高质量发展**是全面建设社会主义现代化国家的首要任务。

#### 11. 全面建设社会主义现代化国家的基础性、战略性支撑

**教育、科技、人才**是全面建设社会主义现代化国家的基础性、战略性支撑。

必须坚持科技是第一生产力、人才是第一资源、创新是第一动力，深入实施科教兴国战略、人才强国战略、创新驱动发展战略，开辟发展新领域新赛道，不断塑造发展新动能新优势。

## 12. 全面建设社会主义现代化国家的应有之义

人民民主是社会主义的生命，是全面建设社会主义现代化国家的**应有之义**。

全过程人民民主是社会主义民主政治的本质属性，是最广泛、最真实、最管用的民主。

## 13. 五个“必由之路”

坚持党的全面领导是坚持和发展中国特色社会主义的**必由之路**；

中国特色社会主义是实现中华民族伟大复兴的**必由之路**；

团结奋斗是中国人民创造历史伟业的**必由之路**；

贯彻新发展理念是新时代我国发展壮大的**必由之路**；

全面从严治党是党永葆生机活力、走好新的赶考之路的**必由之路**。

## 14. 十年来的成就

**国内生产总值**：从五十四万亿元增长到一百一十四万亿元

**我国经济总量**：占世界经济的比重达百分之十八点五，稳居世界**第二位**

**人均国内生产总值**：从三万九千八百元增加到八万一千元

**制造业规模、外汇储备**：稳居世界**第一**

**谷物总产量**：稳居世界**首位**

**交通建设**：建成世界**最大**的高速铁路网、高速公路网

**全社会研发经费支出**：从一万亿元增加到二万八千亿元，居世界**第二位**

**研发人员总量**：居世界**首位**

**对外贸易**：我国成为一百四十多个国家和地区的主要贸易伙伴，**货物贸易总额居世界第一**。

**人均预期寿命**：增长到七十八点二岁

## 第二节 政治考点

### 一、马克思经典著作

1845年，马克思、恩格斯合作撰写了《**德意志意识形态**》，**第一次比较系统地阐述了历史唯物主义基本原理**。



1848年，马克思、恩格斯合作撰写了《共产党宣言》，它是马克思主义创立的标志。恩格斯说，《共产党宣言》是“全部社会主义文献中传播最广和最具有国际性的著作，是从西伯利亚到加利福尼亚的千百万工人公认的共同纲领”。

1867年问世的《资本论》是马克思主义最厚重、最丰富的著作，被誉为“工人阶级的圣经”。

## 二、马克思主义的科学体系

### 1. 马克思主义哲学

是关于自然、社会和思维发展一般规律的学说，坚持唯物论和辩证法的统一，坚持唯物主义自然观和历史观的统一，是科学的世界观和方法论。

是以实践的观点为基础，合理地解决了思维与存在的关系问题，从而实现了唯物论和辩证法的统一以及唯物主义认识论和本体论的统一。

### 2. 马克思主义政治经济学

提出了**剩余价值理论**，认为劳动的付出没有得到同样的回报，剩余价值被没有付出劳动的“资本”所剥削。

认为，生产资料的私人占有和产品的社会化必然会导致产生周期性的经济危机，解决的办法只有实行计划经济。

### 3. 科学社会主义（马克思主义理论体系的核心）

阐明生产社会性和生产资料资本主义私人占有形式之间的矛盾的发展，必然导致社会主义取代资本主义，生产资料公有制取代生产资料私有制，科学地论述了资本主义必然灭亡、社会主义必然胜利的客观规律。

无产阶级和资产阶级的斗争是现代社会变革的巨大杠杆，无产阶级是作为资产阶级的掘墓人出现的；无产阶级专政是达到消灭一切阶级和进入无产阶级社会的过渡。

## 三、历史观的基本问题

社会存在和社会意识的关系是历史观点的基本问题。

### （1）社会存在

**社会存在**是指构成人类社会的一切存在，就是人类社会的物质生活条件，包括**地理环境、人口因素和生产方式**。（生产方式是生产力和生产关系的统一，对社会发展起决定作用）

### （2）社会意识

1. 社会意识是社会生活的精神生活，是社会存在的总体反映。

## 2. 社会意识具有相对独立性:

- (1) 社会意识与社会存在发展的不同步性
- (2) 社会意识的发展与经济水平之间具有不平衡性
- (3) 社会意识的发展具有历史继承性;
- (4) 社会意识之间的相互影响和相互作用
- (5) 社会意识对社会存在具有能动的反作用。

## 四、经济基础与上层建筑的矛盾运动

1. **经济基础**: 是与生产力发展的一定阶段相适应的占统治的**生产关系的总和**。

2. **上层建筑**: 是指建立在一定经济基础上的社会意识形态以及与之相适应的政治法律制度 and 设施等的总和。包括两个部分:

(1) 政治上层建筑在阶级社会指政治法律制度和设施, 主要包括军队、警察、法庭、监狱、政府机构和政党、社会集团等。在政治上层建筑中, 国家政权居于核心地位, 对其他要素起支配作用。

(2) 观念上层建筑包括政治法律思想、道德、宗教、文学艺术、哲学等意识形态; 意识形态是社会存在的反映, 具有阶级性和独立性。

## 3. 经济基础与上层建筑的辩证关系

经济基础决定上层建筑, 上层建筑反作用于经济基础 (促进作用或阻碍作用), 上层建筑一定要适合经济基础状况。

## 五、资本主义经济制度的本质

资本主义经济制度是以**资本家占有生产资料**和**以雇佣劳动为基础**的经济制度。

资本主义雇佣劳动制度的形成是以**劳动力成为商品为前提**的。

劳动力成为商品的基本条件:

第一, 劳动者是自由人, 能够把自己的劳动力当做自己的商品来支配。

第二, 劳动者没有别的商品可以出卖, 自由得一无所有, 没有任何实现自己的劳动力所必需的物质条件。劳动力成为商品, 标志着简单商品生产发展到资本主义商品生产的新阶段。在这一阶段, 资本家与工人的关系, 形式上是“自由”、“平等”的买卖关系, 而实质上是资本主义的雇佣劳动的关系。

在资本主义条件下, **资本家购买的是雇佣工人的劳动力而不是劳动**。劳动是劳动力商品的使用价值, 它本身并不是商品。劳动力商品具有能创造比自身价值大的价值的价值的特点, 正

因为如此，资本家才购买劳动力进行资本主义生产。

## 六、当代资本主义的新变化

当代资本主义主要是指自第二次世界大战结束以来西方发达国家的国家垄断资本主义。其新的变化有：

1. 国家资本所有制形成并发挥重要作用，**法人资本所有制崛起**并成为居主导地位的资本所有制形式。

2. **劳资关系和分配关系**也发生了变化，资本家开始采取一些缓和劳资关系的激励制度：职工参与决策、终身雇佣、职工持股、建立并实施普及化全民化的社会福利制度。

3. 资本家的地位和作用也发生很大变化，高级职业经理成为大公司经营活动的实际控制者，知识型和服务型劳动者的数量不断增加，劳动方式发生了新变化。

4. 在经济调节机制方面，资产阶级国家对经济的干预不断加强。政治制度出现多元化的趋势，公民权利有所扩大，法制建设得到重视和加强，改良主义政党在政治舞台上的影响日益扩大。

## 七、空想社会主义

1. 空想社会主义的三个历史发展阶段：

16—17 世纪的早期空想社会主义；

18 世纪的空想平均共产主义；

19 世纪初期以圣西门、傅立叶、欧文为代表的空想社会主义是**科学社会主义的直接思想来源**。

2. 空想社会主义的**优点**：

他们认识到了资本主义社会制度是一种“历史谬误”、“人世间的祸害”，必须尽快代之以最好的社会制度：

对资本主义旧制度进行了辛辣批判，有着许多击中要害的见解；

对社会主义新制度的描绘，闪烁着诸多天才的火花。

3. 空想社会主义的**缺点**：

空想社会主义者只看到了资本主义必然灭亡的命运，却未能揭示资本主义必然灭亡的经济根源；

要求埋葬资本主义，却看不到埋葬资本主义的力量；

憧憬取代资本主义的理想社会，却找不到通往理想社会的现实道路。



## 八、毛泽东思想的萌芽阶段

1. 时间：1921—1927，从中国共产党的创立到国民革命时期。

2. 代表作：

1925年《中国社会各阶级的分析》指出：“谁是我们的敌人，谁是我们的朋友，这个问题是中国革命的首要问题。”。

1926年《国民革命与农民运动》：“农民问题乃国民革命的中心问题”。

1927年《湖南农民运动考察报告》：肯定农民的作用及党领导农民革命的重要性。

## 九、毛泽东思想的形成阶段

1. 时间：1927—1935，土地革命战争的前、中期。

2. 代表作：

1928年《中国的红色政权为什么能够存在》：提出红色政权存在发展的原因和主客观条件。

1930年《星星之火，可以燎原》：提出中国革命的历史进程是“星星之火，可以燎原”，实际上否定了“城市中心论”，确立了要以“乡村为中心”的观念，初步形成了农村包围城市，夺取全国胜利的**革命道路理论**。

1930年《反对本本主义》：党内第一篇反对教条主义、提出思想路线的文献。它已经包含了毛泽东思想活的灵魂的三个方面的基本因素。

## 十、毛泽东思想的成熟阶段

1. 时间：1935—1945，土地革命战争的后期和抗日战争时期。

2. 代表作：

1938年毛泽东在中共六届六中全会上作《论新阶段》的报告，**第一次明确提出“马克思主义中国化”的命题**。

1940年毛泽东发表《新民主主义论》，提出新民主主义革命理论，**标志着毛泽东思想的成熟**。

1939年《〈共产党人〉发刊词》提出**三大法宝**的理论体系；提出建立一个思想上、政治上、组织上完全巩固的政党，是一项“伟大的工程”；第一次明确提出“马克思主义的理论和**中国革命实践相结合**”这个根本思想原则。

1941年5月延安整风运动前夕，毛泽东在延安高级干部会议上做《改造我们的学习》的报告。提出反对主观主义是延安整风的最主要任务。主观主义包括教条主义和经验主义。

并对“实事求是”这一概念作出科学解释，或者科学含义。

## 十一、新民主主义社会的性质

新民主主义社会是由**新民主主义到社会主义转变的过渡性**的社会。

从 1949 年中华人民共和国成立到 1956 年底社会主义改造基本完成，是我国从新民主主义到社会主义过渡的时期。这一时期，我国社会的性质是新民主主义社会。新民主主义社会**不是一个独立的社会形态**，而是由新民主主义到社会主义转变的**过渡性的社会**，是中国由半殖民地半封建社会走向社会主义的中介和桥梁。

## 十二、邓小平理论主要内容

### 1. 社会主义的本质和根本任务

“社会主义的**本质**：是解放生产力，发展生产力，消灭剥削，消除两极分化，最终达到共同富裕”。

社会主义的**根本任务**：解放和发展生产力

社会主义的**根本目的**：实现共同富裕。

邓小平曾指出：“社会主义最大的优越性就是共同富裕”。党的十八大报告指出，**共同富裕**是中国特色社会主义的**根本原则**。

### 2. “三个有利于”标准

是否有利于发展社会主义社会的生产力、是否有利于增强社会主义国家的综合国力、是否有利于提高人民的生活水平。

### 3. 社会主义初级阶段及基本路线

社会主义初级阶段，不是泛指任何国家进入社会主义都会经历的起始阶段，而是特指我国因生产力落后、商品经济不发达而必然要经历的特定阶段。这个概念包括两层含义：第一，我国已经进入社会主义社会。第二，我国的社会主义社会正处于并将长期处于初级阶段。

### 4. 改革开放

## 十三、习近平新时代中国特色社会主义思想

### 1. 核心要义

坚持和发展中国特色社会主义，是改革开放以来我们党全部理论和实践的鲜明主题，也是习近平新时代中国特色社会主义思想的核心要义。

### 2. 丰富内涵

2021 年 11 月党的十九届六中全会《中共中央关于党的百年奋斗重大成就和历史经验的

决议》用“十个明确”对习近平新时代中国特色社会主义思想的核心作了进一步概括。

第一，明确中国特色社会主义**最本质的特征**是中国共产党领导，中国特色社会主义制度的最大优势是中国共产党领导，中国共产党是**最高政治领导力量**，全党必须增强“四个意识”、坚定“四个自信”、做到“两个维护”；

第二，明确坚持和发展中国特色社会主义，**总任务**是实现社会主义现代化和中华民族伟大复兴，在全面建成小康社会的基础上，分两步走在本世纪中叶建成富强民主文明和谐美丽的社会主义现代化强国，以中国式现代化推进中华民族伟大复兴；

第三，明确新时代我国**社会主要矛盾**是人民日益增长的美好生活需要和不平衡不充分的发展之间的矛盾，必须坚持以人民为中心的发展思想，发展全过程人民民主，推动人的全面发展、全体人民共同富裕取得更为明显的实质性进展；

第四，明确中国特色社会主义**事业总体布局**是经济建设、政治建设、文化建设、社会建设、生态文明建设五位一体，**战略布局**是全面建设社会主义现代化国家、全面深化改革、全面依法治国、全面从严治党四个全面；

第五，明确**全面深化改革总目标**是完善和发展中国特色社会主义制度、推进国家治理体系和治理能力现代化；

第六，明确**全面推进依法治国总目标**是建设中国特色社会主义法治体系、建设社会主义法治国家；

第七，明确必须坚持和完善社会主义基本经济制度，使**市场在资源配置中起决定性作用**，更好发挥政府作用，把握新发展阶段，贯彻创新、协调、绿色、开放、共享的**新发展理念**，加快构建以国内大循环为主体、国内国际双循环相互促进的**新发展格局**，推动高质量发展，统筹发展和安全；

第八，明确党在新时代的**强军目标**是建设一支听党指挥、能打胜仗、作风优良的人民军队，把人民军队建设成为世界一流军队；

第九，明确中国特色大国外交要服务民族复兴、促进人类进步，推动建设新型国际关系，推动构建人类命运共同体；

第十，明确全面从严治党的战略方针，提出**新时代党的建设总要求**，全面推进党的**政治建设、思想建设、组织建设、作风建设、纪律建设**，把**制度建设贯穿其中**，深入推进反腐败斗争，落实管党治党政治责任，以伟大自我革命引领伟大社会革命。

## 第三节 经济考点

### 一、马克思主义政治经济学产生的历史条件

1. 资本主义的基本矛盾——生产的社会化与生产资料资本主义私人占有之间的矛盾日益尖锐起来。导致经济危机的周期性爆发，这暴露了资本主义的内在矛盾，为科学揭示资本主义生产方式的本质及其发展趋势提供了现实的可能性。

2. 欧洲三大工人运动掀开了工人阶级反对资产阶级的新篇章，三大工人运动虽然最后都以失败而告终。工人运动呼唤科学理论的指导

3. 十九世纪三四十年代的空想社会主义者对资本主义社会做了淋漓尽致的批判，对未来社会提出了许多天才的设想。他们的思想与古典政治经济学的理论成果一同成为马克思主义政治经济学的直接理论来源。

4. 马克思写作和出版《资本论》，经历了一个漫长的充满艰辛和斗争的过程。《资本论》的发表，标志着马克思主义政治经济学的诞生。

### 二、劳动力商品

劳动力成为商品也具有商品的二因素：价值和实用价值。

#### 1. 劳动力商品的价值由三个部分组成

- (1) 维持劳动者本人生存所必需的生活资料的价值。
- (2) 维持劳动者家属的生存所必需的生活资料的价值。
- (3) 劳动者接受教育和训练所支出的费用。

#### 2. 劳动力商品的使用价值

劳动力是进行生产劳动的能力，它的消费或使用就是劳动，而劳动凝结在商品中则会形成新的价值。

#### 3. 二者关系

劳动力商品使用价值是价值的源泉，并且是大于劳动力自身价值的价值。

劳动力商品具有能创造比自身价值大的价值的价值的特点，正因为如此，资本家才购买劳动力进行资本主义生产。

### 三、商品的二因素

商品的二因素是指商品的使用价值和价值。

#### 1. 内涵



**使用价值：**商品能满足人们某种需要的属性。（自然属性）

**价值：**凝结在商品中的无差别的人类劳动。（社会属性/本质属性）

2. 商品是使用价值和价值的矛盾统一体

① 二者相互依存，共处于商品这个统一体中；

② 使用价值是价值的物质承担者；

③ 使用价值反映了商品的自然属性，而价值反映了人们相互交换劳动的社会属性。因此，二者存在对立的一面，相互排斥。

#### 四、劳动二重性

生产商品的劳动具有二重属性，即具体劳动和抽象劳动。

1. **具体劳动：**是指人们在各种特定的具体形式下所进行的劳动。

具体劳动**创造商品的使用价值**，体现了**劳动的自然属性**，反映的是人与自然之间的关系。

2. **抽象劳动：**抽象劳动是撇开劳动的具体形式的无差别的一般人类劳动。

抽象劳动**形成商品价值**，是**劳动的社会属性**，反映了生产者之间的社会关系。

3. 劳动二重性与商品二因素的关系

**生产商品的劳动二重性决定商品的二因素：**具体劳动创造商品的使用价值，抽象劳动形成商品的价值。

**劳动二重性理论**是马克思对政治经济学的重大贡献，它为劳动价值论、剩余价值论和其它一系列理论提供了理论基础，**是理解马克思主义政治经济学的枢纽。**

#### 五、剩余价值生产的两种方法

1. 绝对剩余价值

绝对剩余价值是指在必要劳动时间不变的条件下，由于工作日的绝对延长而生产的剩余价值。

2. 相对剩余价值

① 相对剩余价值是指在工作日长度不变的条件下，由于缩短必要劳动时间相应延长剩余劳动时间而生产的剩余价值。

② 相对剩余价值生产是全社会劳动生产率普遍提高的结果。

社会劳动生产率的提高是通过个别资本家追逐超额剩余价值而实现的。



## 六、资本的循环

产业资本在它的循环运动过程中，依次经过三个阶段，与这三个阶段相联系依次采取三种职能形式。

产业资本循环的**第一阶段为购买阶段**。货币在这个阶段已不是一般的货币，而是以货币形态存在的资本即**货币资本**，产业资本家购买到劳动力和生产资料以后，**资本变为生产资本**。

产业资本循环的**第二阶段为生产阶段**。在这个阶段，原来购买的劳动力和生产资料相结合，生产出商品，**产业资本得到新形态即商品资本**。

产业资本循环的**第三阶段为售卖阶段**。在这个阶段，产业资本家把生产出来的已经包含剩余价值的商品销售出去，换回一定数量的货币。由于它包含剩余价值，因而是**已经发生了价值增值的货币资本**。

## 七、资本周转

资本周转是指不断重复、周而复始的资本循环过程。**考察资本周转，主要是揭示资本周转速度对剩余价值生产的影响。**

### 1. 资本周转速度的快慢，影响预付资本的数量（负相关）

在生产规模一定的条件下，**资本周转速度越快，预付资本的数量就越小**，反之就越大。

### 2. 资本周转速度的快慢，影响年剩余价值的数量（正相关）

在全部预付资本中，只有可变资本才能带来剩余价值。资本周转速度越快，一般来说，可变资本的周转速度也就随之越快，因而一定数量的可变资本就可以发挥越大的作用，剥削越多的劳动力，从而创造越多的剩余价值。

### 3. 资本周转速度的快慢，影响年剩余价值率的高低（正相关）

年剩余价值率为一年内生产的剩余价值总量和一年内预付的可变资本总量的比率。

资本周转速度越快，年剩余价值率就越高；反之，则年剩余价值率越低。

## 八、资本主义经济危机

### 1. 经济危机的实质

在资本主义经济发展过程中，每隔若干年就爆发一次生产相对过剩的经济危机。**经济危机期间最根本的现象和典型特征是商品生产过剩**。其他许多现象，如生产下降、工厂倒闭、工人大量失业等，都是直接或间接地由生产过剩这个根本特征引起的。

**经济危机的根本特点是商品生产过剩**，但这种过剩并非与劳动者的实际需要相比的生产绝对过剩，而是与劳动者有支付能力的需求相比即与劳动者的货币购买力相比

的生产相对过剩。因此，资本主义经济危机实质上是生产相对过剩的危机。

## 2. 经济危机产生的根源

经济危机产生的根源在于资本主义生产方式的基本矛盾，即生产的社会化与生产资料私人资本主义占有形式之间的矛盾。当这个矛盾达到十分尖锐化的程度时，就会引起经济危机的爆发。资本主义基本矛盾是经济危机爆发的根源，可通过这个矛盾的具体表现反映出来。

## 九、构建社会主义市场经济体制的基本条件

### 1. 三个“制度”

(1) 建立现代企业制度，是社会主义经济体制的中心环节。

(2) 建立以按劳分配为主体，多种分配方式并存的收入分配制度，是社会主义经济体制的动力机制。

(3) 建立多层次的社会保障制度。这是社会主义市场经济体制的安全阀和稳定器。

### 2. 三个“体系”

(1) 建立全国统一开放的市场体系。商品市场、资本市场、劳动力市场是市场体系的最基本内容，是市场体系的三大支柱。

(2) 建立以间接手段为主，完善的宏观调控体系。

(3) 健全和完善的法律体系。

## 十、深化国有企业改革的要点

1. 坚持和完善基本经济制度：这是深化国有企业改革必须把握的根本要求。

2. 坚持社会主义市场经济改革方向：这是深化国有企业改革必须遵循的基本规律。

3. 坚持增强活力和强化监管相结合：增强活力是搞好国有企业的本质要求，加强监管是搞好国有企业的重要保障，要切实做到两者的有机统一。

4. 坚持党对国有企业的领导：这是深化国有企业改革必须坚守的政治方向、政治原则。

5. 坚持积极稳妥统筹推进：这是深化国有企业改革必须采用的科学方法。

## 十一、社会保障体系的内容和特征

社会保障体系的由社会福利、社会保险、社会救助、社会优抚和安置等各项不同性质、作用和形式的社会保障制度构成。

1. 社会保险在社会保障体系中居于核心地位，是实现社会保障的基本纲领。

(1) 社会保险的目的是保障被给付者的基本生活需要，属于基本性的社会保障；(2)

社会保险的对象是法定范围内的社会劳动者；(3) 社会保险的基本特征是补偿劳动者的收入损失；(4) 社会保险的资金主要来源于用人单位（雇主）、劳动者（雇员）依法缴费及国家资助和社会募集。

**2. 社会福利是社会保障的最高层次，是实现社会保障的最高纲领和目标。**

(1) 它的目的是增进群众福利，改善国民的物质文化生活，它把社会保障推上最高阶段。(2) 社会福利基金的重要来源是国家和社会群体。

**3. 社会救助属于社会保障体系的最低层次，是实现社会保障的最低纲领和目标。**

(1) 社会救助的目的是保障被救助者的最低生活需要；(2) 社会救助的对象主要是失业者、遭到不幸者；(3) 社会救助的基本特征是扶贫；(4) 社会救助的基金来源主要是国家及社会群体。

**4. 社会优抚安置是社会保障的特殊构成部分，是实现社会保障的特殊纲领。**

(1) 社会优抚安置目的是优待和抚恤；(2) 社会优抚的对象是军人及其家属；(3) 社会优抚的基本特征是对军人及其家属的优待；(4) 社会优抚的基金来源是国家财政拨款。

## 第四节 人文与社会考点

### 一、宗教改革

宗教改革：是指基督教在 16 世纪至 17 世纪经历的一次改革，是一场披着宗教外衣的资产阶级性质的改革。宗教改革是欧洲资本主义发展的一个必然结果，也是基督教发展史上的一个里程碑。

1. 代表人物有马丁·路德、加尔文等人。

2. 马丁·路德宗教改革：

反对罗马天主教会兜售赎罪券，写有九十五条论纲；

其思想的核心是“因信称义”；

其改革是一场在宗教外衣掩饰下发动的反对封建统治和罗马教会神权统治的政治运动。

### 二、启蒙运动

启蒙运动：是西欧资产阶级在 17—18 世纪为反对封建专制而发起的以宣传理性为中心的运动，宣传自由、平等和民主，是继文艺复兴后的又一次反封建的思想解放运动。

1. 覆盖领域：

覆盖了各个知识领域，如自然科学、哲学、伦理学、政治学、经济学、历史学、文学、教育学等。

## 2. 代表人物：

英国的霍布斯、洛克；

法国的孟德斯鸠（《论法的精神》）、伏尔泰、卢梭（《论人类不平等的起源和基础》、《社会契约论》）、狄德罗（百科全书派）；

德国的康德

## 三、《独立宣言》和《人权宣言》

### 1. 《独立宣言》（1776年颁布，宣布美国独立）

向世界宣告北美殖民地与宗主国英国断绝一切隶属关系和政治联系，成立自由独立的国家。表达了北美殖民地人民要求民族独立和民主权利的心声，标志着美国的诞生。

### 2. 《人权宣言》（1789年颁布，宣告人人平等）

法国大革命时期颁布的纲领性文件，宣称自由、财产、安全和反抗压迫是天赋不可剥夺的人权，阐述了权力分立、法律面前人人平等、私有财产神圣不可侵犯等原则。

## 四、联合国

1. 联合国是第二次世界大战后成立的国际组织，是一个由主权国家组成的国际组织。1945年10月24日，在美国旧金山签订生效的《联合国宪章》，标志着联合国正式成立。1971年中国恢复在联合国的合法席位。

2. **联合国的宗旨是：**维护国际和平与安全；发展国际间以尊重各国人民平等权利及自决原则为基础的友好关系；进行国际合作，以解决国际间经济、社会、文化和人道主义性质的问题，并促进对于全体人类的人权和基本自由的尊重。

3. **总部设立在美国纽约**的联合国总部，在瑞士日内瓦设有联合国欧洲办事处。联合国共有六种工作语言，分别为英语、法语、俄语、汉语、阿拉伯语和西班牙语。

4. **安全理事会**是联合国在维持国际和平与安全方面负主要责任的机关，**也是联合国中唯一有权采取行动的机关。**

安理会的五大常任理事国有：**美国、俄罗斯、英国、法国和中国。**

## 五、《联合国宪章》

《联合国宪章》是**联合国的基本大法**，它既确立了联合国的宗旨、原则和组织机构设置，又规定了成员国的责任、权利和义务，以及处理国际关系、维护世界和平与安全的基本原则和方法。



1. 1945年2月，美苏英三国首脑罗斯福、斯大林、丘吉尔在苏联克里米亚半岛雅尔塔举行会议，发表联合声明，正式决定组建联合国，并定于4月25日在美国旧金山举行“联合国国际性会议”，讨论和制定《联合国宪章》。

2. 《联合国宪章》除序言和结语外，共分19章111条，国际法院规约是《联合国宪章》的组成部分。《联合国宪章》于1945年6月26日在旧金山会议上签署，于1945年10月24日正式生效。

3. 中国是第一个在宪章上签字的国家。董必武代表中国共产党和解放区人民出席了这次会议，并在联合国宪章上签了字。

4. 根据《联合国宪章》规定，安理会表决采取每一理事国一票。对于程序事项决议的表决采取9个同意票即可通过。对于非程序事项或称实质性事项的决议表决，则不仅要求达到9个同意票，还要求“大国一致”，即没有任一常任理事国的否决票。

## 六、中国经典军事理论和军事历史著作

### 1. 《孙子兵法》——（中国）孙武

孙武，春秋末期吴国将军，《孙子兵法》是中国古代最著名的兵书，列为《武经七书》之首。《孙子兵法》的问世，标志着独立的军事理论从此诞生，在世界军事史上具有划时代的意义。

### 2. 《论持久战》——（中国）毛泽东

《论持久战》是毛泽东于1938年5月至6月在延安抗日战争研究会上的讲演稿。《论持久战》批判了“亡国论”和“速胜论”，对战争的根本问题作了精辟的论述，制订了指导抗日战争的正确路线、方针、政策和人民战争的战略战术。

## 七、外国经典军事理论和军事历史著作

### 1. 《伯罗奔尼撒战争史》——（古希腊）修昔底德

伯罗奔尼撒战争是以雅典为首的提洛同盟与以斯巴达为首的伯罗奔尼撒联盟之间的一场战争。作为战争的亲历者，修昔底德详细地记录了伯罗奔尼撒战争事件。《伯罗奔尼撒战争史》中注重军事和政治的撰史传统，对欧美军事历史写作有深远影响。

### 2. 《高卢战记》——（古罗马）恺撒

恺撒在《高卢战记》中以战地指挥官的身份对该战争进行了详细地记载，属于第一手资料，体现了当时战争的形态、作战的目的、战争的性质，为后来的军事学者提供了宝贵的素材。



### 3. 《战争论》——（普鲁士）克劳塞维茨

《战争论》对 1789 年法国资产阶级大革命以后发生的“拿破仑战争”和欧洲各国民族解放战争的丰富历史经验，作出了系统的概括和总结。

提出了“战争无非是政治通过另一种的继续”的著名论断。

《战争论》首次把西方军事思想综合成为一个具有内在联系的理论体系，大大推动了军事科学的建立与发展。

### 4. 《海权对历史的影响》——（美国）马汉

马汉在《海权对历史的影响》中划时代地提出了“海权”的概念，将控制海洋提高到国家兴衰的最高战略层面。马汉的海权论思想既是对历史的总结，也集中反映了世界主要军事大国对海洋战略地位重要性的认识。自马汉去世以来，两次世界大战以及世界战略格局的变化，已充分验证了海权论的观点。

### 5. 《制空权》——（意大利）朱里奥·杜黑

首次系统地提出了制空权理论，预言空中战场是未来战争中的决定性战场。《制空权》主要论述了空中战争、空军的组织、制空权、独立航空与辅助航空、军用航空与民用航空等。杜黑根据飞机在第一次世界大战中的运用，第一个比较系统地提出空军建设和作战的理论。

## 第五节 法律考点

### 一、法律事实

**法律事实**，就是法律规范所规定的、能够引起法律关系产生、变更和消灭的客观情况。

依是否以人们的意志为转移作标准，可以将法律事实大体上分为两类，即**法律事件**和**法律行为**。

1. **法律事件**是法律规范规定的、不以当事人的意志为转移而引起法律关系形成、变更或消灭的客观事实。

2. **法律行为**可以作为法律事实而存在，能够引起法律关系形成、变更和消灭。因为人们的意志有善意与恶意、合法与违法之分，故其行为也可以分为善意行为、合法行为与恶意行为、违法行为。合法行为和违法行为都可以引起法律关系的产生，变更和消灭。

### 二、著作权的保护

#### 1. 保护的原则

我国对作品**实行自动保护原则**，作者在作品完成时即取得著作权，受法律保护。在中

中华人民共和国境内，凡是中国公民、法人或者非法人单位的作品，不论是否发表都享有著作权。外国人、无国籍人的作品根据其作者所属国或者经常居住地国同中国签订的协议或者共同参加的国际条约享有的著作权，受本法保护。

外国人、无国籍人的作品首先在中国境内出版的，依照本法享有著作权。

## 2. 保护的期限

著作人身权除发表权外，署名权、修改权和保护作品完整权的保护期不受限制。发表权和著作财产权的保护期为作者终生及死亡后 50 年，截止于第 50 年的 12 月 31 日。

法人或非法人组织的作品、著作权（署名权除外）由法人或非法人组织享有的职务作品，其发表权和著作财产权的保护期为 50 年，截止于作品创作完成后第 50 年的 12 月 31 日，但作品自创作完成后 50 年内未发表的，不再给予保护。

视听作品，其发表权的保护期为五十年，截止于作品创作完成后第五十年的 12 月 31 日。

## 三、专利权

### 1. 专利权的客体

**发明专利：**是指对产品、方法或者其改进所提出的解决某一特定技术问题的技术方案。

**实用新型：**是指对产品的形状、构造或者其组合所提出的新的技术方案。

**外观设计：**是指对产品的整体或者局部的形状、图案、色彩或其组合作出的富有美感的并适用于工业上应用的新设计。

### 2. 保护期限

发明的期限为 20 年，实用新型的期限为 10 年，外观设计的期限为 15 年。

## 四、关于劳动合同中试用期的规定

试用期属于劳动合同的约定条款，由当事人确定，但要遵守下列原则：

### 1. 试用期的时间

劳动合同期限为 3 个月以上不满 1 年的，试用期不超过 1 个月；

劳动合同期限为 1 年以上不满 3 年的，试用期不超过 2 个月；

劳动合同期限为 3 年以上固定期限和无固定期限的，试用期不超过 6 个月。

2. 以完成一定工作任务为期限或期限不满 3 个月的，试用期不得约定。

3. 同一用人单位与同一劳动者只能约定一次试用期

4. 试用期包含在劳动合同期限内。

## 五、国务院的国防职权

国务院领导和管理国防建设事业，行使下列职权：

1. 编制国防建设发展规划和计划；
2. 制定国防建设方面的方针、政策和行政法规；
3. 领导和管理国防科研生产；
4. 管理国防经费和国防资产；
5. 领导和管理国民经济动员工作和人民防空、国防交通等方面的建设和组织实施工作；
6. 领导和管理拥军优属工作和退役军人保障工作；
7. 与中央军事委员会共同领导民兵的建设，征兵工作，边防、海防、空防和其他重大安全领域防卫的管理工作；
8. 法律规定的与国防建设事业有关的其他职权。

## 六、中央军事委员会的国防职权

中央军事委员会领导全国武装力量，行使下列职权：

1. 统一指挥全国武装力量；
2. 决定军事战略和武装力量的作战方针；
3. 领导和管理中国人民解放军、中国人民武装警察部队的建设，制定规划、计划并组织实施；
4. 向全国人民代表大会或者全国人民代表大会常务委员会提出议案；
5. 根据宪法和法律，制定军事法规，发布决定和命令；
6. 决定中国人民解放军、中国人民武装警察部队的体制和编制，规定中央军事委员会机关部门、战区、军兵种和中国人民武装警察部队等单位的任务和职责；
7. 依照法律、军事法规的规定，任免、培训、考核和奖惩武装力量成员；
8. 决定武装力量的武器装备体制，制定武器装备发展规划、计划，协同国务院领导和管理国防科研生产；
9. 会同国务院管理国防经费和国防资产；
10. 领导和管理人民武装动员、预备役工作；
11. 组织开展国际军事交流与合作；

## 第二章 岗位能力部分

### 第一节 言语理解与表达

#### 考点 1 概括类题

##### 一、判别标志

主要、主旨、主题、核心、中心、概括、强调、表明、复述、意在、想等。

##### 二、解题切入点：

##### (一) 关联词语

关系	标志词
递进关系（重点在后）	不但……而且……、更、甚至、更重要的是、关键的是、核心的是等
转折关系（重点在后）	然而（而）、不过、其实、实际上、事实上等
因果关系（重点在后）	所以、故而、因此、可见、总而言之、导致、造成、致使、使得、使等
必要条件	应该、应当、务必、除非、必须、需、亟需、亟待
并列关系	同时、也、又、有的……有的……

##### (二) 行文脉络

总一分一总结构	①提出问题—分析问题—解决问题（重点）。 ②提出观点—论证观点—重申观点（重点）。
总一分结构	<b>提出观点（重点）</b> —论证观点（分析原因、举例证明、正反论证、援引论证）。
分一总结构	①列举现象— <b>提出观点（重点）</b> 。 ②提出问题— <b>解决问题（重点）</b> 。
分一总一分结构	背景铺陈、原因阐释、引用观点— <b>提出观点、对策（重点）</b> —反面论证、分析原因、举例论证。
分一分结构	并列加和或综合概括。



## 考点 2 细节类题

### 一、判别标志

下列说法中正确/不正确/错误/符合/不符合文意的一项；

根据上文可以/不能得出。

### 二、重要考点

偷换范围	易扩大——所有、都、全部；易缩小——没有、无、唯一
偷换程度	不确定——几乎、也许；确定——绝对、总是
偷换对象	省略对象修饰语；更换对象
偷换逻辑	偷换并列关系；必要、充分条件混淆；颠倒因果或强加因果；肯否矛盾
偷换时态	过去时——已、曾经；进行时——现在、着；将来时——将、要
无中生有	无关选项

### 三、题目变型

- ① 查找原因：原因——因为、由于；结论——因此、所以。
- ② 查找其他：目的——为了、以；作用——能够、用来；途径——通过、依靠。

## 考点 3 连贯类题

题型	提问方式	解题思路
语句衔接	填入横线部分最恰当的句子是	1. 首选形式——关联词语/句式一致 2. 兼顾内容——话题一致/前后呼应
下文推断	作为文章的引言，该文章最有可能谈的是 作者接下来最有可能主要介绍的是	1. 结合文段，重点分析尾句 2. 主题一致 内容连贯 3. 排除前文出现过的内容
语句排序	将下列句子按语序先后排列的最连贯的一项是 将以上 6 个句子重新排列，语序正确的是	1. 从选项入手——确定首句——多数留存/发语结语 2. 回原文分析——内容连贯——关联词语/时间顺序/空间顺序/话题衔接 3. 【发语结语】发语词汇：援引观点、背景铺垫、设问等 非发语词：反面论证（否则、不然、如果不、如果没有等）；补充类表述（当然、也、又等）；指代类表述（这、此等）



		4. 结论类表述/结语词（因此、所以、于是、因而、总之、可见、最终、终于、综上所述等）
--	--	---

## 考点 4 逻辑填空类

### 一、判别标志

填入划横线部分最恰当的一项是

### 二、做题技巧

①感情色彩 ②语意轻重 ③表达风格 ④搭配范围 ⑤语素差异 ⑥关联词语 ⑦语境信息

## 考点 5 语句表达类

题型	提问方式	解题思路
病句辨析	下列各句中,有/没有语病的一句是	①句子成分搭配不当 ②句子成分残缺或多余 ③语序不当 ④逻辑矛盾 ⑤搭配不当
歧义句辨析	下列语句中有/没有歧义的一句是	①词汇歧义 ②语法歧义: a. 定语修饰指代不清 b. 主谓搭配歧义 c. 语义关系含糊歧义 d. 指代不明歧义 ③语音歧义: a. 语调歧义 b. 轻重音歧义

## 考点 6 标点符号类

### 一、判别标志

填入划线处的合适的标点符号是:

下列标点符号使用正确的一项是

### 二、常见标点符号及使用

标点符号	使用方式
逗号 (,)	①一句话中间的停顿 ②间接的引用,如:曾经记得某人说过

分号（；）	一句话中间的并列分句的停顿
顿号（、）	一句话中间的词或短语的停顿
冒号（：）	①表示下面是引用的话 ②用在总起用句后面，表示提示下文 ③用在总结句前面，表示总结上文
句号（。）	陈述句或语气较缓慢的祈使句完了之后的停顿
问号（？）	用在问句完了之后
感叹号（！）	语气较强的祈使句和感叹句完了之后的停顿（某些感情强烈的反问句后也可使用）
双引号（“”）	①行文中直接引用的话，用引号标示 ②需要着重论述的对象，用引号标示 ③具有特殊含意的词语，也用引号标示
单引号（‘’）	引号里面还要用引号时，外面一层用双引号，里面一层用单引号
括号（）【】[]（）	行文中注释性的文字，用括号标明
破折号形式为“——”	①行文中解释说明的语句 ②话题突然转变 ③声音延长，象声词后用破折号 ④事项列举分承，各项之前用破折号
省略号（……）	①引文的省略，用省略号标明 ②列举的省略，用省略号标明 ③说话断断续续，可以用省略号标示
书名号（《》〈〉）	①歌曲名、书名、篇名、报纸名、刊物名等，用书名号标示 ②书名号里边还要用书名号时，外面一层用双书名号，里边一层用单书名号；少数情况下，出现三层书名号时，最里一层书名号用双书名号 ③注意：书名号与书名号之间不需要任何标点符号 ④不用书名号的情况：专栏名、专题名、丛书、单位等名称不能用；不能视为作品的课程、课题、奖品奖状、商标、证照、组织机构、会议、活动等名称，不应用书名号

## 第二节 判断推理

### 考点 1 图形推理

考点	解题思路
----	------

位置类	图形 <b>组成元素完全相同</b> 时，优先考虑看位置。位置变化的形式有平移、旋转和翻转三种。
样式类	图形 <b>组成相似</b> 时，优先考虑看样式。样式变化的形式有遍历、运算两种。其中，运算又包含 4 个考点：叠加（包含普通叠加和定义叠加）、相减、求同、求异。
数量类	<p>图形<b>组成不同</b>时，可以考虑数量类。此考点考查形式较多，可以总结为以下 5 种情况：</p> <p>①点（交点（曲直交点、切点等）、出头点）；</p> <p>②线（直线、曲线、平行线、一笔画及多笔画）；</p> <p>③角（锐角、直角和钝角的度数、数量等）；</p> <p>④面（主要考查封闭面的个数，偶尔涉及面的面积大小，图形中最大与最小面之间的相似性）；</p> <p>⑤素（元素个数、种类数、部分数）。</p> <p>⑥点线角面素的加减乘除运算</p> <p>主要考查某一个切入点的加减法，偶尔考到两个不同的切入点之间的加减法，比如图形中的交点与图形的封闭面做减法形成规律。</p>
属性类	图形 <b>组成既不相同也不相似</b> 的时候，考虑属性类规律。常见属性有对称性、曲直性、开放封闭性。其中对于对称性的考查方式多样，可以从对称形式、对称轴数量、对称轴方向及对称轴与原图形的关系的方面进行考查。
功能类	题目中通常有 <b>特定的小元素</b> 进行标记时，考虑功能类规律。功能元素可能为以下三种：功能点、功能箭头、功能线。
六面体	<p>①相对面的特性：有且只能看到一个面。</p> <p>②相对面的判定方法：a. 一字型相隔排列；b. Z 字型两端。</p> <p>③相邻面的特性：相对位置保持不变。</p> <p>④相邻面的判定方法：a. 有公共边；b. 一行或一列有四个面，最两端的两个面；c. L 型结构。</p> <p>⑤解题技巧：时针法、箭头法、移面法。</p>

视图	视图主要考查的是立体的三视图，即：主视图、侧视图和俯视图。
截面图	截面图是指用一个平面去截一个多面体，此平面与多面体相交得到的平面图形。 <b>【注意】</b> 正方体的截面不可能是直角三角形。 圆柱的截面不可能是梯形。 正四棱锥切不出长方形。

## 考点 2 定义判断

要想做好定义判断的题目，需要考生注意以下几点：

(1) 考生要想尽快读懂题目，要学会从题目中快速提取“关键信息”，以“关键信息”作为判断依据可以迅速找到题目的突破点。

(2) 针对部分不易理解的定义，结合选项进行分析也是帮助理解定义的一种更有效的方法。

(3) 针对部分题目中的选项进行比较，选出“最适合”的选项，考生要选择的选项可能并非百分之百符合定义，应通过比较排除那些明显违背“关键信息”的选项。

## 考点 3 类比推理

考点	解题思路
外延关系	①全同：A 就是 B，B 就是 A，二者指代同一事物，通常以古今差异、中外音译、自称他称、雅称和俗称的形式呈现； ②并列：分为矛盾关系（如生与死）、反对关系（如苹果与桃子）； ③包容：分为种属关系（如苹果与水果）、组成关系（如车轮与汽车）； ④交叉：有的 A 是 B，有的 B 是 A； ⑤全异：A 不属于 B 这一类。
内涵	①属性：包含必然属性（如盐与咸）、或然属性（如花与

关系	<p>红)；</p> <p>②条件：必要条件（如水与农业）、充分条件（如下雨与地面湿）；</p> <p>③对应：材料、作用（功能）、对象（人物）、理性、顺承、因果。</p>
语法关系	<p>①主谓：如医生与诊断；</p> <p>②动宾：如诊断与病人；</p> <p>③主宾：如医生与病人；</p> <p>④偏正：如鲜艳与花朵。</p>
语义关系	<p>①近义：如愉快与高兴；</p> <p>②反义：如聪明与愚蠢；</p> <p>③比喻象征义：如荆棘象征着困难。</p>

#### 考点4 逻辑判断

题型	解题思路
分析推理	<p>①题干条件确定：优先排除法、最大信息法；</p> <p>②题干条件真假不定：确定信息优先法、代入法。</p>
翻译推理	<p>如果…就，前推后；只有…才，后推前。</p> <p>A 且 B：全真为真，一假即假；A 或 B：一真即真，全假为假。</p> <p>逆否定理：肯前必肯后，否后必否前，否前肯后无必然结论。</p> <p><b>摩根定律：</b></p> <p><math>\neg(A \text{ 且 } B) = \neg A \text{ 或 } \neg B</math>；</p> <p><math>\neg(A \text{ 或 } B) = \neg A \text{ 且 } \neg B</math>。</p> <p>去括号，分负号，且变或，或变且。</p>
真假推理	<p><b>常见六组矛盾关系：</b></p> <p>①A 与 <math>\neg A</math>；</p>



	<p>②所有的 A 都是 B 与 有的 A 不是 B;</p> <p>③所有的 A 都不是 B 与 有的 A 是 B;</p> <p>④<math>A \rightarrow B</math> 与 <math>A</math> 且 <math>\neg B</math>;</p> <p>⑤ <math>A</math> 且 <math>B</math> 和 <math>\neg A</math> 或 <math>\neg B</math></p> <p>⑥ <math>A</math> 或 <math>B</math> 和 <math>\neg A</math> 且 <math>\neg B</math></p> <p>结论: 矛盾关系中必有一真, 必有一假。</p> <p><b>常见两组反对关系:</b></p> <p>①所有的 A 都是 B 与 所有的 A 都不是 B;</p> <p>②有的 A 是 B 与 有的 A 不是 B;</p> <p>结论: 两个“所有”必有一假, 两个“有的”必有一真。</p>
<p>归纳 推理</p>	<p><b>四大原则:</b></p> <p>①话题一致原则;</p> <p>②整体优先原则;</p> <p>③从弱原则;</p> <p>④就近原则。</p> <p><b>三大错误:</b></p> <p>①偷换概念;</p> <p>②无中生有;</p> <p>③夸大事实。</p>
<p>论证</p>	<p>①<b>因果类论证:</b></p> <p>论点呈现“因为 A 所以 B”的形态;</p> <p>加强方法: 别无他因、对比实验 (有 A 有 B, 无 A 无 B);</p> <p>削弱方法: 因果倒置 (力度最强)、另有他因、对比实验 (有 A 有 B, 无 A 有 B; 有 A 有 B, 有 A 无 B)。</p> <p>②<b>非因果类论证:</b></p> <p>论点不存在“因为 A 所以 B”这种因果关系;</p> <p>加强方法: 加强论点、加强论证 (力度最强)、加强论据;</p> <p>削弱方法: 否定论点、否定论证、否定论据;</p> <p>从力度大小划分: 否定论点 &gt; 否定论证 &gt; 否定论据。</p>

## 考点5 事件排序

本类题目难度较小，考生只要掌握以下几个步骤即可，解题思路如下：

1. 先看选项：根据选项选出可能的首句；
2. 确定首尾：通过比较确定首句，排除部分选项；
3. 寻找逻辑：将除首尾句以外的其他句子根据逻辑进行排序，进而排除选项；
4. 选定答案：排除以上选项后，选定正确选项。

## 第三节 数量关系

### 考点1 数字推理

#### 一、整体思路



#### 二、分数数列



#### 三、幂次数列相关知识点

1. 30 以内数的平方：

1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
1	1	1	1	2	2	2	3	3	4
21	44	69	96	25	56	89	24	61	00
4	4	5	5	6	6	7	7	8	9
41	84	29	76	25	76	29	84	41	00

2. 10 以内数的立方：

1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000
1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
4	7	12	16	21	25	29	32	35	38
41	84	29	76	25	76	29	84	41	00

3. 2、3、4、5、6 的多次方：

2 的 1-10 次幂： 2、4、8、16、32、64、128、256、512、1024

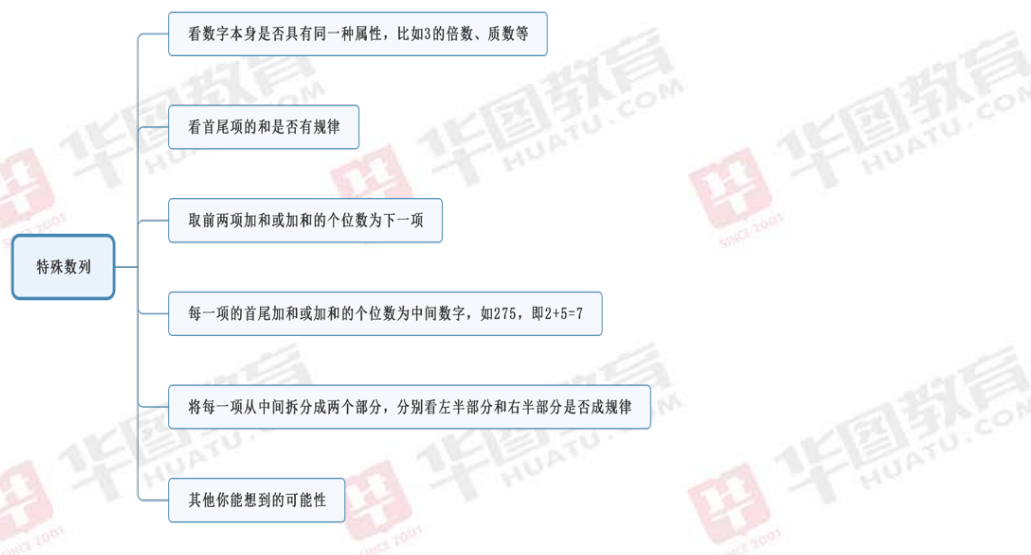
3 的 1-6 次幂： 3、9、27、81、243、729

4 的 1-5 次幂： 4、16、64、256、1024

5 的 1-5 次幂： 5、25、125、625、3125

6 的 1-4 次幂： 6、36、216、1296

四、特殊数列情况



考点 2 数学运算

一、基础计算问题

考点	公式
等差数列	通项公式: $a_n = a_1 + (n-1)d$ 级差公式: $d = \frac{a_n - a_1}{n-1} = \frac{a_n - a_m}{n-m}$ 求和公式: $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \times n$ =平均数×项数=中位数×项数
等比数列	通项公式: $a_n = a_1 \times q^{n-1}$ (其中 $a_1$ 为首项, $q$ 为公比, $q \neq 1$ ) 求和公式: $S_n = \frac{a_1 \times (1 - q^n)}{1 - q}$
平方差	$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
完全平方	$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

## 二、工程问题

### 1. 核心公式:

工作总量 = 工作效率 × 工作时间

### 2. 题型分类:

题型	解题思路
给定时间型	赋工作总量为时间的公倍数; 当题目中给定两个及两个以上的完成工作时间时, 一般赋值工作总量为工作时间的公倍数 (或最小公倍数)。
给定效率型	依据效率的比例关系进行赋值; 一般优先寻找效率之间的比例关系进行赋值, 再求工作总量, 最终求出相应结果。
给定人数/机器数	赋值单位效率, 一般赋值每个人或者每台机器的效率为 1

## 三、行程问题

题型	公式
----	----

基础公式	$S = v \times t$
等距离平均速度	$\bar{v} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}$
流水行船问题	$v_{顺} = v_{船} + v_{水}$ $v_{逆} = v_{船} - v_{水}$
相遇追及问题	$S_{相遇} = (v_1 + v_2) t_{相遇}$ $S_{追及} = (v_1 - v_2) t_{追及}$
比例型行程问题	路程一定，速度与时间成反比；时间一定，路程与速度成正比； 速度一定，路程与时间成正比。

#### 四、经济利润问题

题型	公式解题思路
基本公式	① 利润 = 售价 - 成本 = 成本 × 利润率； ② 利润率 = $\frac{\text{利润}}{\text{成本}} = \frac{\text{售价} - \text{成本}}{\text{成本}} = \frac{\text{售价}}{\text{成本}} - 1$ ； ③ 售价 = 成本 (1 + 利润率) = 定价 × 折扣 (“二折”即售价为定价的 20%)； ④ 总收入 = 单价 × 销售量；总成本 = 成本 × 销售量； 总利润 = 单件利润 × 销售量 = 总收入 - 总成本。
分段收费问题	先找分段点，再分段计算
合买问题	以价格高的部分作为基础量，分析其他部分的折扣。

#### 五、排列组合问题

##### 1. 加法原理和乘法原理

① 加法原理：若完成一件事，可以根据某个条件分为几种情况，各种情况都能独立完成任务，则将多种情况计算出的结果相加，所得的和为完成这件事的种类数。

② 乘法原理：若完成一件事，需要划分成多个步骤依次完成，每个步骤内的任务之间没有交叉，则将每个步骤计算出的结果相乘，所得的积为完成这件事的种类数。



2. 排列与组合的区别：前者与顺序有关，后者与顺序无关。

### 3. 计算法则

排列公式： $A_n^m = n \times (n-1) \times \dots \times (n-m+1)$   
连乘m个

$$A_5^2 = 5 \times 4 \quad A_5^3 = 5 \times 4 \times 3 \quad A_6^3 = 6 \times 5 \times 4 \quad A_5^5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

组合公式： $C_n^m = C_n^{n-m} = \frac{n \times (n-1) \times \dots \times (n-m+1)}{m \times (m-1) \times \dots \times 1}$

$$C_5^2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} \quad C_5^3 = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} \quad C_6^3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} \quad C_4^4 = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = C_4^0$$

### 4. 方法与技巧

方法	技巧
捆绑法	如果题目要求一部分元素必须在一起，需要先将要求在一起的部分视为一个整体，再与其他元素一起进行处理
插空法	如果题目要求一部分元素不能在一起，则需要先处理其他元素，接下来分析这些元素产生了多少空隙，最后将不能在一起的元素插空到这些空隙里
隔板法	将 N 个相同的東西分给 M 个人，每人至少一个，分法有 $C_{N-1}^{M-1}$ 种

### 5. 概率问题

考点	解题思路
基本概率	某种情况发生的概率 = $\frac{\text{满足条件的情况数}}{\text{总的情况数}}$
分类概率	某项任务可以在多种情况下完成，则分别求解满足条件的每种情形的概率，然后将所有概率值相加。
分步概率	某项任务必须按照多个步骤完成，则分别求解特定条件下每个步骤的概率，然后将所有概率值相乘。

### 六、容斥原理

考点	解题思路
两集合问题	$A + B - AB = \text{总数} - \text{都不满足的情况数}$
三集合问题	① $A + B + C - AB - BC - AC + ABC = \text{总数} - \text{都不满足的情况数}$

	$\textcircled{2} A + B + C - \text{同时满足两种情况的数} - 2 \times \text{三种情况都满足的情况数}$ $= \text{总数} - \text{都不满足的情况数}$
--	---

### 七、时间问题

考点	解题思路
平年与闰年	四年一闰，百年不闰，四百年再闰
星期日期问题	$365/7=52\cdots 1$ ，每过一个平年，星期增加 1 天；每过一个闰年，星期增加 2 天
年龄问题	每过 N 年，都长 N 岁；两人年龄差保持不变；两人年龄倍数随时间推移变小

### 八、几何问题

考点	公式
周长	正方形 $C_{\text{正方形}} = 4a$ ；长方形 $C_{\text{长方形}} = 2(a+b)$ ；圆形 $C_{\text{圆}} = 2\pi R$
面积	正方形 $S_{\text{正方形}} = a^2$ ；长方形 $S_{\text{长方形}} = ab$ ；圆形 $S_{\text{圆}} = \pi R^2$ 三角形 $S_{\text{三角形}} = \frac{1}{2}ah$ ；平行四边形面积 $S_{\text{平行四边形}} = ah$ 梯形面积 $S_{\text{梯形}} = \frac{1}{2}(a+b)h$ ；扇形面积 $S_{\text{扇形}} = \frac{n^\circ}{360^\circ}\pi R^2$
表面积	正方体的表面积 = $6a^2$ 长方体的表面积 = $2ab + 2bc + 2ac$ 球体的表面积 = $4\pi R^2 = \pi D^2$ 圆柱体的表面积 = $2\pi R^2 + 2\pi Rh$ 圆柱体的底面积 = $2\pi R^2$ 圆柱体的侧面积 = $2\pi Rh$
体积	正方体的体积 = $a^3$ ；长方体的体积 = $abc$ ；球的体积 = $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{6}\pi D^3$ 圆柱体的体积 = $\pi R^2 h$ ；圆锥体的体积 = $\frac{1}{3}\pi R^2 h$

## 第四节 资料分析

### 一、公式汇总

表 1 增长率相关考点汇总

	题型特征	计算公式	速算技巧
计 算	1. 增长率 (现期)比(基期) 增长/下降了 x%	$\text{增长率} = \frac{\text{增长量}}{\text{基期量}}$ $= \frac{\text{现期量} - \text{基期量}}{\text{基期量}}$ $= \frac{\text{增长量}}{\text{现期量} - \text{增长量}}$ $\text{减少率} = \frac{\text{减少量}}{\text{基期量}}$	①截位直除法 ②特殊分数法 (插值法)
	2. 现期量 已知基期量和增长率, 求现期量	$\text{现期量} = \text{基期量} \times (1 + \text{增长率})$	①乘法估算—放缩法 ②特殊分数法
	3. 基期量 已知现期量和增长率, 求基期量	$\text{基期量} = \frac{\text{现期量}}{1 + \text{增长率}}$	(1) $ \text{增长率}  \leq 5\%$ 化除为乘公式法 $\frac{A}{1 \pm r} \approx A \times (1 \mp r)$ (2) 若 $ \text{增长率}  > 5\%$ ①截位直除法 ②特殊分数法
	4. 间隔增长率 已知第二期相对于第一期的增长率为	$R = r_1 + r_2 + r_1 \times r_2$	(1) $ \text{增长率}  \leq 5\%$ $r_1 \times r_2$ 可忽略 (2) 若 $ \text{增长率}  > 5\%$

	$r_1$ , 第三期相对于第二期的增长率为 $r_2$ , 求第三期相对于第一期的增长率 R		$>5\%$  乘法估算—放缩法
	5. 混合增长率  已知部分的增长率和现期量, 判定整体的增长率	①十字交叉法  ②一个整体分成几个部分, 整体增速介于各部分之间且偏向于基数较大的一侧	
比较	1. 增长率  ① (现期) 与 (基期) 相比, .....增长率超过.....%的有几个  ② 增长速度最快的是	$\text{增长率} = \frac{\text{增长量}}{\text{基期量}}$ $= \frac{\text{现期量} - \text{基期量}}{\text{基期量}}$ $= \frac{\text{增长量}}{\text{现期量} - \text{增长量}}$	① 倍数替代 (现期量) (基期量)  ② 增量替代 (基期量相差不大)  ③ 分数比较 (一看二算三差分)
	2. 基期量  (基期) 时, 以下哪项值最大	$\text{基期量} = \frac{\text{现期量}}{1 + \text{增长率}}$	① 瘦死的骆驼比马大 (分母 $1+r$ 相差不大)  ② 分数比较 (一看二算三差分)

表 2 增长量相关考点汇总

	题型特征	计算公式	速算技巧
计算	(现期) 比 (基期) 增长/下降了.....具体量	增长量=现期量-基期量	①尾数法 ②截位直除法

	数值 (单位)	$= \text{基期量} \times \text{增长率}$	③特殊分数法 (增长量计算 $n+1$ 原则, 减少量计算 $n-1$ 原则)
比较	(现期) 比 (基期) 增长/下降最多的是	$= \frac{\text{现期量}}{1 + \text{增长率}} \times \text{增长率}$ (近似为现期量 $\times$ 增长率)	①大大则大: 现期量大、增长率高, 则增长量大; ②一大一小看乘积: 比较现期量 $\times$ 增长率的大小。

表 3 比重相关考点汇总

	题型特征	计算公式	速算技巧
计算	(部分) 占/在 (整体) 的比重为 $x\%$	$\text{比重} = \frac{\text{部分量}}{\text{整体量}}$ $\text{部分量} = \text{整体量} \times \text{比重}$ $\text{整体量} = \frac{\text{部分量}}{\text{比重}}$	①截位直除法 ②特殊分数法 ③乘法估算—放缩法
比较	(部分) 占/在 (整体) 的比重最高的是	$\text{比重} = \frac{\text{部分量}}{\text{整体量}}$	分数比较 (一看二算三差分)

表 4 平均数相关考点汇总

	题型特征	计算公式	速算技巧
计算	1. 平均数 给出总数与总个数, 求平均数	$\text{平均数} = \frac{\text{总数}}{\text{总个数}} = \frac{\text{后}}{\text{前}}$	截位直除法



	2. 年均增长量  给出末期量、初期量  和相差年数	$\text{年均增长量} = \frac{\text{末期量} - \text{初期量}}{\text{相差年数}}$	①尾数法  ②截位直除法
	3. 年均增长率  给出末期量、初期量  和相差年数	$\text{末期量} = \text{初期量} \times (1+r)^n$ (n 为相差年数)	当增长率较小时: $a(1+r)^n \approx a(1+nr)$  当增长率较大时:  代入排除法
较	1. 给出总数与总个数, 比较平均数的大小	$\text{平均数} = \frac{\text{总数}}{\text{总个数}}$	分数比较(一看二算三差分)
	2. n 相同时年均增长率大小比较	$\text{末期量} = \text{初期量} \times (1+r)^n$ (n 为相差年数)	转为比较 $\frac{\text{末期量}}{\text{初期量}}$ 的大小

## 二、常用速算方法回顾

- 尾数法: 加减法计算中, 若选项与材料精确度一致且选项尾数出现不同的情况时, 优先计算尾数。
- 截位舍相同: 加减法计算中, 若选项与材料精确度不一致, 即粗略计算时, 考虑截位舍相同。
- 截位直除法: 列式之后, 通过观察答案选项, 若选项首位不同, 则对分母从左向右截取前两位处理, 第三位考虑四舍五入; 若选项首位相同, 第二位不同, 则对分母从左向右截取前三位处理, 第四位考虑四舍五入。
- 特殊分数法: 列式之后, 通过观察其中是否存在特殊分数, 若存在, 则把特殊的百分数转换成分数后再进行计算。

分数百分数转化表

分数	百分数	分数	百分数
1/2	50%	1/10	10%
1/3	33.3%	1/11	9.1%
1/4	25%	1/12	8.3%

1/5	20%	1/13	7.7%
1/6	16.7%	1/14	7.1%
1/7	14.3%	1/15	6.67%
1/8	12.5%	1/16	6.3%
1/9	11.1%	1/20	5%

5. 分数性质：在进行分数比较时，通过观察分子分母的大小关系，分子相对大且分母相对小的分数值较大。

6. 直除法：分数比较时，通过观察答案选项或被比较数据，若其差距较大，则在分数值量级一致的情况下通过直除商首位或首两位来求得结果或进行相应的比较。

7. 化同法：当两个分数的分子或分母有明显的倍数关系时，将一个数的分子分母同时乘以一个数，以使两个分数的分子或分母变得差不多然后再利用分数性质进行比较的方法。

8. 差分法：分数比较时，其中一个分数的分子、分母均略大于另一个分数，可将分子分母都大的分数称为“大分数”，分子分母都小的分数为“小分数”。“大分数”和“小分数”分子、分母分别做差，得到的差可以写成一个新的分数，为“差分数”，用“差分数”代替“大分数”与“小分数”作比较：①若差分数>小分数，则大分数>小分数；②若差分数<小分数，则大分数<小分数。

## 第二部分 专业科目

### 第一章 高等数学

#### 第一节 函数 极限 连续

1. 基本初等函数：常数函数；幂函数；指数函数；对数函数；三角函数；反三角函数。

2. 初等函数：由基本初等函数经过有限次的加、减、乘、除和复合所得到且能用一个解析式表示的函数。

3. 复合函数：设函数  $y = f(u)$  的定义域为  $D_f$ ，函数  $u = \varphi(x)$  的值域为  $Z_\varphi$ ，若集合  $D_f$  与  $Z_\varphi$  的交集非空，称函数  $y = f[\varphi(x)]$  为函数  $y = f(u)$  与  $u = \varphi(x)$  复合而成的复合函数， $u$  为中间变量。

4. 分段函数：若一个函数在其定义域的不同部分要用不同的式子表示其对应法则，则称其为一个分段函数。如  $f(x) = \begin{cases} \varphi(x), a < x < b \\ \psi(x), c < x < d \end{cases}$  即为分段函数。

5. 函数的几何特性：奇偶性、周期性、有界性、单调性。

6. 极限存在的两个准则：

(1) 夹逼定理：若  $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$ ，且  $\lim_{x \rightarrow W} g(x) = \lim_{x \rightarrow W} h(x) = A \Rightarrow \lim_{x \rightarrow W} f(x) = A$ 。

(2) 单调有界数列必有极限。

7. 两个重要极限： $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$        $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$  或  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} = e$

8. 利用等价无穷小求极限：在同一个极限过程当  $x \rightarrow W$  时，若

$$\alpha : \alpha', \beta : \beta' \Rightarrow \lim_{x \rightarrow W} \frac{\alpha}{\beta} = \lim_{x \rightarrow W} \frac{\alpha'}{\beta'}$$

9. 由函数  $f(x)$  在  $x_0$  连续的定义易知： $f(x)$  在  $x = x_0$  点连续  $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ 。

10. 闭区间连续函数的性质：

(1) (最值定理) 闭区间上的连续函数必取得最大值与最小值。

推论：闭区间上的连续函数在该区间上一定有界。

(2) (介值定理) 闭区间上的连续函数必取得介于最大值和最小值之间的任何值。

(3) (零点定理) 设函数  $f(x)$  在闭区间  $[a, b]$  上连续, 且  $f(a)$  与  $f(b)$  异号, 那么至少存在一点  $\xi \in (a, b)$ , 使得  $f(\xi) = 0$ 。

## 第二节 一元函数微分学

1. 可导的充要条件:  $f'(x_0)$  存在  $\Leftrightarrow$  左右导数存在且  $f'_-(x_0) = f'_+(x_0)$ 。

2. 区间可导和导函数的概念:

如果  $y = f(x)$  在  $(a, b)$  的每一点都可导, 称  $y = f(x)$  在  $(a, b)$  内可导, 其中  $f'(x)$  为导函数。如果  $y = f(x)$  在  $(a, b)$  内可导且在  $a$  点右可导, 在  $b$  点左可导, 则称  $y = f(x)$  在  $[a, b]$  可导, 其中  $f'(x)$  为导函数。

3. 基本求导公式:

$$(1) y = c \text{ (常数)}, \quad y' = 0$$

$$(2) y = x^\alpha \text{ (}\alpha \text{ 为常数)}, \quad y' = \alpha x^{\alpha-1}$$

$$(3) y = a^x, \quad y' = a^x \ln a, \quad \text{特例 } (e^x)' = e^x$$

$$(4) y = \log_a^x (a > 0, a \neq 1), \quad y' = \frac{1}{x \ln a}, \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(5) y = \sin x, \quad y' = \cos x$$

$$(6) y = \cos x, \quad y' = -\sin x$$

$$(7) y = \tan x, \quad y' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(8) y = \cot x, \quad y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$(9) y = \sec x, \quad y' = \sec x \tan x$$

$$(10) y = \csc x, \quad y' = -\csc x \cot x$$

$$(11) y = \arcsin x, \quad y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$



$$(12) \quad y = \arccos x, \quad y' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(13) \quad y = \arctan x, \quad y' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(14) \quad y = \operatorname{arccot} x, \quad y' = -\frac{1}{1+x^2}$$

4. 导数的四则运算法则:

$$(1) \quad [f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x)$$

$$(2) \quad [f(x)g(x)]' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$(3) \quad \left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

5. 复合函数求导法则:

复合函数的导数: 设函数  $u = g(x)$  在点  $x$  处可导, 而函数  $y = f(u)$  在点  $u = g(x)$  可导,

则复合函数  $y = f[g(x)]$  在点  $x$  处可导, 且  $\frac{dy}{dx} = f'(u)g'(x)$  或  $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx}$  (链式法则)。

6. 基本微分公式与微分法则

$$(1) \quad d[f(x) + g(x)] = df(x) + dg(x)$$

$$(2) \quad d[f(x)g(x)] = g(x)df(x) + f(x)dg(x)$$

$$(3) \quad d\left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{g(x)df(x) - f(x)dg(x)}{g^2(x)} \quad (g(x) \neq 0)$$

7. 洛必达法则:

若 (1) 当  $x \rightarrow a$  (或  $x \rightarrow \infty$ ) 时,  $f(x)$  及  $F(x)$  都趋于零; (2) 在点  $a$  的某去心邻

域内,  $f'(x)$  及  $F'(x)$  都存在且  $F'(x) \neq 0$ ; (3)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{F'(x)}$  存在 (或为无穷大), 那么

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{F(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{F'(x)}.$$

### 第三节 一元函数积分学

1. 不定积分:

在区间  $I$  上, 函数  $f(x)$  的带有任意常数项的原函数称为  $f(x)$  在区间  $I$  上的不定积分, 记作  $\int f(x)dx$ . 若  $F(x)$  是  $f(x)$  在  $I$  上的一个原函数, 那么  $F(x)+C$  就是  $f(x)$  的不定积分, 即  $\int f(x)dx = F(x)+C$ .

2. 积分方法:

(1) 借助积分公式和不定积分的性质

(2) 第一换元法 (凑微分法)

设  $f(u)$  具有原函数  $F(u)$ ,  $u = \varphi(x)$  存在连续导数, 则有换元公式

$$\int f[\varphi(x)]\varphi'(x)dx = F(u) + C = F[\varphi(x)] + C$$

(3) 第二换元积分法

设  $x = \varphi(t)$  可导, 且  $\varphi'(t) \neq 0$ , 若  $\int f[\varphi(t)]\varphi'(t)dt = G(t) + C$ , 则

$$\int f(x)dx \stackrel{\text{令 } x = \varphi(t)}{=} \int f[\varphi(t)]\varphi'(t)dt = G(t) + C = G[\varphi^{-1}(x)] + C$$

(4) 分部积分法

$$\int u(x)dv(x) = u(x)v(x) - \int v(x)du(x) \quad \text{或} \quad \int u(x)v'(x)dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)dx$$

3. 牛顿-莱布尼兹公式:

设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续,  $F(x)$  为  $f(x)$  在  $[a, b]$  上任意一个原函数,

$$\Rightarrow \int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

## 第四节 多元函数微分学

求偏导数的方法

(1) 求某点的偏导数

(2) 复合函数求偏导

$z = f(u, v)$ ,  $u = u(x, y)$ ,  $v = v(x, y)$ ,  $z$  对  $u, v$  有连续偏导数,  $u, v$  对  $x, y$  偏导数存在,

$$\text{则 } \frac{\partial z}{\partial x} = f'_u(u, v) \frac{\partial u}{\partial x} + f'_v(u, v) \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = f'_u(u, v) \frac{\partial u}{\partial y} + f'_v(u, v) \frac{\partial v}{\partial y}$$

## 第五节 多元函数积分学

二重积分的性质:

$$(1) \iint_D [\alpha f(x, y) \pm \beta g(x, y)] d\sigma = \alpha \iint_D f(x, y) d\sigma \pm \beta \iint_D g(x, y) d\sigma, \alpha, \beta \text{ 任意常数.}$$

(2) 若区域  $D$  分为两个部分区域  $D_1, D_2$ , 则

$$\iint_D f(x, y) d\sigma = \iint_{D_1} f(x, y) d\sigma + \iint_{D_2} f(x, y) d\sigma$$

(3) 若在  $D$  上,  $f(x, y) \equiv 1$ ,  $\sigma$  为区域  $D$  的面积, 则  $\sigma = \iint_D d\sigma$

(4) 若在  $D$  上  $f(x, y) \leq g(x, y)$ , 则有  $\iint_D f(x, y) d\sigma \leq \iint_D g(x, y) d\sigma$ .

特殊地  $\left| \iint_D f(x, y) d\sigma \right| \leq \iint_D |f(x, y)| d\sigma$ .

## 第六节 常微分方程

### 1. 微分方程

含有未知一元函数及其导数和自变量的方程称为常微分方程, 简称微分方程。

方程  $y' + p(x)y = q(x)$ , 当右端项  $q(x)$  恒为零时称其为一阶线性齐次微分方程, 否则称其为一阶线性非齐次微分方程。

2. 一阶线性微分方程公式解:

$$y = e^{-\int p(x) dx} \left( \int q(x) e^{\int p(x) dx} dx + C \right).$$

## 第七节 无穷级数

1. 数项级数的性质:

(1) 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} ku_n$  与  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  同敛散性, 其中  $k \neq 0$ 。

(2) 若级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  和  $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$  都收敛, 则级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n \pm v_n) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n \pm \sum_{n=1}^{\infty} v_n$  必收敛。

(3) 在级数中去掉、加上或改变有限项、不会改变级数的收敛性。

(4) 如果级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛, 则对这级数的项任意加括号后所成的级数仍收敛, 且其和不变。

(5) 级数收敛的必要条件: 若级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛, 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ 。

2. 周期为  $2l$  的傅里叶级数:

设函数  $f(x)$  是周期为  $2l$  的周期函数, 且在  $[-l, l]$  上可积, 则称

$$a_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{n\pi}{l} x dx \quad (n=0, 1, 2, \dots)$$

$$b_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{n\pi}{l} x dx \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

为  $f(x)$  的傅里叶系数: 称级数  $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \frac{n\pi}{l} x + b_n \sin \frac{n\pi}{l} x)$  为  $f(x)$  的傅里叶级

数, 记作  $f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \frac{n\pi}{l} x + b_n \sin \frac{n\pi}{l} x)$ 。

3. 定义在  $[0, l]$  上的函数的傅里叶级数展开:

要先对  $f(x)$  进行奇 (或偶) 延拓, 再周期延拓可将  $f(x)$  展开成正弦级数 (或余弦级数)。

(1) 正弦级数展开

$$f(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi}{l} x, \quad x \in [0, l], \quad \text{其中 } b_n = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \sin \frac{n\pi}{l} x dx, \quad (n=1, 2, \dots)$$

(2) 余弦级数展开

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi}{l} x, \quad \text{其中 } x \in [0, l] \quad a_n = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \cos \frac{n\pi}{l} x dx, \quad (n=0, 1, 2, \dots)$$

## 第八节 向量代数与空间解析几何

1. 数量积:

(1) 定义:  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos \alpha$ 。

(2) 坐标表示:  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$ 。

(3) 运算规律:



①交换律:  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{a}$ .

②分配律:  $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{c}$ .

(4) 几何应用:

①求模:  $|\mathbf{a}| = \sqrt{\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}}$ .

②求夹角:  $\cos \alpha = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| |\mathbf{b}|}$ .

③判定两向量垂直:  $\mathbf{a} \perp \mathbf{b} \Leftrightarrow \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$ .

2. 向量积:

(1) 定义:  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  是一向量.

①模:  $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \sin \alpha$ .

②方向: 右手法则.

(2) 坐标表示:  $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$ .

(3) 运算规律

①  $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -(\mathbf{b} \times \mathbf{a})$

②分配律:  $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \times \mathbf{b} + \mathbf{a} \times \mathbf{c}$ .

(4) 几何应用:

①求同时垂直于  $\mathbf{a}$  和  $\mathbf{b}$  的向量:  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ .

②求以  $\mathbf{a}$  和  $\mathbf{b}$  为邻边的平行四边形面积:  $S = |\mathbf{a} \times \mathbf{b}|$ .

③判定两向量平行:  $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b} \Leftrightarrow \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{0}$ .

3. 混合积:

(1) 定义:  $[\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}] = (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$

(2) 坐标表示:

$$[\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}] = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$

(3) 运算规律:

①轮换对称性:  $[\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}] = [\mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{a}] = [\mathbf{c}, \mathbf{a}, \mathbf{b}]$ .

②交换变号:  $[\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}] = -[\mathbf{a}, \mathbf{c}, \mathbf{b}]$ .

4. 平面及其方程:

(1) 点法式方程:

已知平面上的一点  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  及其一个法向量  $\mathbf{n} = (A, B, C)$ , 则平面方程为

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$$

(2) 一般方程:  $Ax + By + Cz + D = 0$

任一平面都可以用三元一次方程来表示; 反之, 任何的三元一次方程都表示一个平面.

(3) 截距式方程:  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1, abc \neq 0.$

(4) 点到平面的距离

平面外一点  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  到平面  $Ax + By + Cz + D = 0$  的距离为

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

5. 直线及其方程:

直线方向向量的定义: 任一平行于空间直线  $L$  的非零向量  $\mathbf{s}$  都称为直线  $L$  的方向向量.

(1) 对称式方程

设  $\mathbf{s} = (m, n, p)$  是直线  $L$  的一个方向向量,  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  是直线上一定点, 则该直线方

程为:  $\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n} = \frac{z - z_0}{p}.$

(2) 参数方程: 
$$\begin{cases} x = x_0 + mt \\ y = y_0 + nt \\ z = z_0 + pt \end{cases}, \text{ 其中 } t \text{ 为参数}$$

(3) 一般方程: 
$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$

(4) 点到直线的距离

点  $M_0$  是直线  $L$  外一点,  $M$  是直线  $L$  上任意一点, 直线的方向向量为  $\mathbf{s}$ , 则点  $M_0$  到直

线  $L$  的距离为: 
$$d = \frac{|\overrightarrow{M_0M} \times \mathbf{s}|}{|\mathbf{s}|}.$$

6. 两平面间的位置关系:

(1) 两平面夹角的概念: 设平面  $\Pi_1, \Pi_2$  的法向量分别为  $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$ ,  $\mathbf{n}_1$  与  $\mathbf{n}_2$  所夹的不超过  $\frac{\pi}{2}$  的角  $\theta$  称为  $\Pi_1$  与  $\Pi_2$  的夹角,  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ .

(2) 两平面夹角的计算:  $\cos \theta = \frac{|\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2|}{|\mathbf{n}_1| |\mathbf{n}_2|}$ .

(3) 两平面的位置关系

① 两平面垂直  $\Leftrightarrow \mathbf{n}_1 \perp \mathbf{n}_2 \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$

② 两平面平行  $\Leftrightarrow \mathbf{n}_1 // \mathbf{n}_2 \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$

特别的, 两平面重合  $\Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$ .

7. 两直线间的位置关系:

(1) 两直线的夹角: 两直线方向向量所夹的不超过  $\frac{\pi}{2}$  的角  $\varphi$  称为  $L_1$  与  $L_2$  的夹角,  $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ .

(2) 两直线夹角的计算:  $\cos \varphi = \frac{|\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2|}{|\mathbf{s}_1| |\mathbf{s}_2|}$ .

(3) 两直线的位置关系:

① 两直线  $L_1$  和  $L_2$  垂直  $\Leftrightarrow m_1m_2 + n_1n_2 + p_1p_2 = 0$ .

② 两直线  $L_1$  和  $L_2$  平行  $\Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{p_1}{p_2}$ .

8. 直线和平面的位置关系:

(1) 直线和平面的夹角

当直线与平面不垂直时, 直线与它在平面上的投影直线的夹角  $\varphi (0 \leq \varphi < \frac{\pi}{2})$  称为直线与平面的夹角, 当直线与平面垂直时, 规定直线与平面的夹角为  $\frac{\pi}{2}$ . 且

$$\sin \varphi = \frac{|\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}|}{|\mathbf{s}| |\mathbf{n}|}$$

(2) 直线和平面的位置关系

① 直线与平面平行  $\Leftrightarrow \mathbf{s} \perp \mathbf{n} \Leftrightarrow Am + Bn + Cp = 0$

②直线与平面相交  $\Leftrightarrow \mathbf{s}$  和  $\mathbf{n}$  不垂直  $\Leftrightarrow Am + Bn + Cp \neq 0$ .

特别的, 直线与平面垂直  $\Leftrightarrow \mathbf{s} // \mathbf{n} \Leftrightarrow \frac{A}{m} = \frac{B}{n} = \frac{C}{p}$ .

## 第二章 线性代数

### 第一节 行列式

1. 余子式与代数余子式:

$A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$ , 其中  $M_{ij}$  是  $D$  中去掉  $a_{ij}$  所在的第  $i$  行第  $j$  列全部元素后, 按原顺序排成的  $n-1$  阶行列式, 称为元素  $a_{ij}$  的余子式,  $A_{ij}$  为元素  $a_{ij}$  的代数余子式。

2. 行列式的展开定理:

行列式对任一行按下式展开, 其值相等, 即  $D = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \dots + a_{in}A_{in}$ 。

3. 克莱姆法则:

$n$  个未知量  $n$  个方程的线性方程组, 在系数行列式不等于零时的方程组解法。

### 第二节 矩阵

矩阵的运算:

(1) 加法 设  $A = (a_{ij})_{m \times n}$  和  $B = (b_{ij})_{m \times n}$ , 规定

$$A + B = (a_{ij} + b_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} & \dots & a_{1n} + b_{1n} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} & \dots & a_{2n} + b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} + b_{m1} & a_{m2} + b_{m2} & \dots & a_{mn} + b_{mn} \end{pmatrix}.$$

并称  $A+B$  为  $A$  与  $B$  之和。

(2) 矩阵的数量乘法 (简称数乘): 设  $k$  是数域  $R$  中的任意一个数,  $A = (a_{ij})_{m \times n}$ , 规定

$$kA = (ka_{ij}) = \begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \dots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \dots & ka_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & \dots & ka_{mn} \end{pmatrix}.$$

并称这个矩阵为  $k$  与  $A$  的数量乘积。

### (3) 矩阵的乘法

设  $A$  是一个  $m \times n$  矩阵,  $B$  是一个  $n \times s$  矩阵, 即

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1s} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{ns} \end{pmatrix},$$

则  $A$  与  $B$  之乘积  $AB$  (记作  $C = (c_{ij})$ ) 是一个  $m \times s$  矩阵, 且

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^n a_{ik}b_{kj}.$$

即矩阵  $C = AB$  的第  $i$  行第  $j$  列元素  $c_{ij}$  是  $A$  的第  $i$  行  $n$  个元素与  $B$  的第  $j$  列相应的  $n$  个元素分别相乘的乘积之和。

## 第三节 向量

### 1. 向量组的极大无关组与秩:

设向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$  的部分组  $\alpha_{i_1}, \alpha_{i_2}, \dots, \alpha_{i_r}$  满足条件:

(1)  $\alpha_{i_1}, \alpha_{i_2}, \dots, \alpha_{i_r}$  线性无关;

(2)  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$  中的任一向量均可由  $\alpha_{i_1}, \alpha_{i_2}, \dots, \alpha_{i_r}$  线性表示,

则称向量组  $\alpha_{i_1}, \alpha_{i_2}, \dots, \alpha_{i_r}$  为向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$  的一个极大线性无关组, 简称极大无关组.

向量组的极大无关组所含向量个数称为向量组的秩, 记为  $r(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s) = r$ 。

### 2. $k$ 阶子式:

矩阵  $A = (a_{ij})_{m \times n}$  的任意  $k$  个行和任意  $k$  个列的交点上的  $k^2$  个元素按原顺序排成  $k$  阶



行列式  $\begin{vmatrix} a_{i_1 j_1} & a_{i_1 j_2} & \dots & a_{i_1 j_k} \\ a_{i_2 j_1} & a_{i_2 j_2} & \dots & a_{i_2 j_k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i_k j_1} & a_{i_k j_2} & \dots & a_{i_k j_k} \end{vmatrix}$  称为  $A$  的  $k$  阶子式。

### 3. 矩阵的秩:

矩阵  $A$  中存在一个  $r$  阶子式不为零, 而所有  $r+1$  阶子式全为零 (若存在), 则称矩阵的秩为  $r$ , 记为  $r(A) = r$ , 即非零子式的最高阶数。

## 第四节 线性方程组

1. 线性方程组的三种表达形式: 一般形式 (代数形式)、矩阵形式、向量形式。

2. 解的判定:

(1) 设  $A$  是  $m \times n$  矩阵, 则齐次线性方程组  $Ax = 0$  有非零解 (只有零解) 的充要条件为  $r(A) < n$  ( $r(A) = n$ )。

(2) 令  $A = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ ,  $Ax = 0$ , 即  $x_1 \alpha_1 + x_2 \alpha_2 + \dots + x_n \alpha_n = 0$  有非零解 (只有零解)  $\Leftrightarrow \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  线性相关 (无关)

$$\Leftrightarrow r(A) < n \quad (r(A) = n)$$

$$\Leftrightarrow A \text{ 的列向量线性相关 (无关)}$$

3. 通解:

若  $r(A) = r < n$ , 则  $Ax = 0$  有非零解, 设  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n-r}$  是  $Ax = 0$  的基础解系, 则  $x = k_1 \xi_1 + k_2 \xi_2 + \dots + k_{n-r} \xi_{n-r}$  是  $Ax = 0$  的通解, 其中  $k_1, k_2, \dots, k_{n-r}$  是任意常数。

4. 求解齐次线性方程组  $A_{m \times n} x = 0$  的方法步骤:

(1) 若  $r(A) = n$ , 则无基础解系, 只有零解;

(2) 若  $r(A) < n$ , 用初等行变换化系数矩阵  $A$  为行阶梯形;

## 第五节 矩阵的相似化简

1. 方阵的特征值和特征向量:

设  $A$  为  $n$  阶矩阵, 若存在常数  $\lambda$  和非零  $n$  维列向量  $\alpha$ , 使  $A\alpha = \lambda\alpha$ , 则称  $\lambda$  为  $A$  的特征值,  $\alpha$  是  $A$  的属于特征值  $\lambda$  的特征向量。

2. 相似矩阵的概念:

设  $A, B$  是  $n$  阶矩阵, 若存在可逆矩阵  $P$ , 使  $B = P^{-1}AP$ , 则称矩阵  $A$  与  $B$  相似, 记为  $A \sim B$ , 称  $P^{-1}AP$  是对  $A$  作相似变换。

## 第六节 二次型

1. 二次型的矩阵表示:

由于  $x_i x_j = x_j x_i$ , 则  $2a_{ij}x_i x_j = a_{ij}x_i x_j + a_{ij}x_j x_i (i < j)$ , 于是 (1) 式可以写成

$$\begin{aligned}
 f(x_1, x_2, \dots, x_n) &= a_{11}x_1^2 + a_{12}x_1x_2 + \dots + a_{1n}x_1x_n \\
 &\quad + a_{12}x_2x_1 + a_{22}x_2^2 + \dots + a_{2n}x_2x_n \\
 &\quad + \dots \\
 &\quad + a_{1n}x_nx_1 + a_{2n}x_nx_2 + \dots + a_{nn}x_n^2 \\
 &= (x_1, x_2, \dots, x_n) \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}. \quad (2)
 \end{aligned}$$

记  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ ,  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$ ,  $A = A^T$ , 则  $f = x^T A x$ , 其中  $A$  叫

做二次型的矩阵。

任意一个二次型都是和它的实对称矩阵是一一对应的。

实对称阵  $A$  的秩就叫做二次型  $f$  的秩。

2. 二次型的标准型:

只含平方项的二次型, 称为二次型的标准形。例如:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 5x_2^2 - 8x_3^2 = (x_1, x_2, x_3) \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 5 & \\ & & -8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

3. 化二次型为标准形的方法：正交变换法、配方法。

## 第三章 概率论与数理统计

### 第一节 随机事件和概率

1. 随机试验：

定义：具有以下特点的试验称为随机试验。

- (1) 可以在相同的条件下重复地进行。
- (2) 每次试验的可能结果不止一个，并且能事先明确试验的所有可能结果。
- (3) 进行一次试验之前不能确定哪一个结果会出现。

2. 样本空间：

样本空间  $\Omega$ ：随机试验的所有可能结果组成的集合称为样本空间。

样本点  $e$ ：样本空间的元素，即随机试验的每一可能结果称为样本点。

3. 事件的运算律：

- (1) 交换律： $A \cup B = B \cup A$ ,  $A \cap B = B \cap A$
- (2) 结合律： $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$ ;  $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
- (3) 分配律： $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- (4) 德摩根律（对偶律）： $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ ,  $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

4. 概率的性质：

- (1) 非负性： $\forall A \subseteq \Omega, 0 \leq P(A) \leq 1$
- (2) 规范性： $P(\emptyset) = 0, P(\Omega) = 1$
- (3) 有限可加性：设  $A_1, A_2, \dots, A_n$  是两两互不相容的事件，即对于  $A_i A_j = \emptyset, i \neq j, i, j = 1, 2, \dots$ ，则有  $P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$ 。
- (4) 逆事件的概率 对于任一事件  $A$ ，有  $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

5. 常用公式：

- (1) 减法公式：设  $A, B$  是任意两个事件，则有  $P(A - B) = P(A) - P(AB)$ 。

若  $B \subset A$ , 则有  $P(A-B) = P(A) - P(B)$ ,  $P(B) \leq P(A)$ 。

(2) 加法公式: 对于任意两随机事件  $A, B$  有:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

对于 3 个事件的概率加法公式:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)。$$

(3) 贝叶斯公式 (逆概率公式):

$B_1, B_2, \dots, B_n$  是完备事件组,  $P(A) > 0, P(B_i) > 0, i = 1, 2, \dots, n$ , 则

$$P(B_j | A) = \frac{P(B_j)P(A|B_j)}{\sum_{i=1}^n P(B_i)P(A|B_i)} \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

6. 古典型概率:

(1) 定义: 具有以下两特点的试验称为古典概型:

① 样本空间有限  $\Omega = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ ;

② 等可能性  $P(\{e_1\}) = P(\{e_2\}) = \dots = P(\{e_n\})$ 。

(2) 计算方法

$$P(A) = \frac{A \text{ 中基本事件的个数}}{\Omega \text{ 中基本事件的总数}}$$

7. 几何型概率:

如果试验  $E$  是从某一线段 (或平面、空间中有界区域)  $\Omega$  上任取一点, 并且所取得点位于  $\Omega$  中任意两个长度 (或平面、体积) 相等的子区间 (或子区域) 内的可能性相同, 则所取得点位于  $\Omega$  中任意子区间 (或子区域)  $A$  内这一事件 (仍记作  $A$ ) 的概率为

$$P(A) = \frac{A \text{ 的长度 (面积或体积)}}{\Omega \text{ 的长度 (面积或体积)}}$$

8.  $n$  重伯努利概型及其概率计算:

(1) 定义: 只有两个结果  $A$  和  $\bar{A}$  的试验称为伯努利试验, 若将伯努利试验独立重复地进行  $n$  次, 则称为  $n$  重伯努利概型。

(2) 二项概率公式

设在每次试验中, 事件  $A$  发生的概率  $P(A) = p (0 < p < 1)$ , 则在  $n$  重伯努利试验中,

事件  $A$  发生  $k$  次的概率为  $B_k(n, p) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} (k = 0, 1, 2, \dots, n)$

## 第二节 一维随机变量及其分布

1. 常用的离散型随机变量:

(1) 0-1分布

若随机变量  $X$  只有两个可能的取值 0 和 1, 其概率分布为

$$P(X = x_i) = p^{x_i} (1-p)^{1-x_i}, \quad x_i = 0, 1$$

则称  $X$  服从 0-1 分布

(2) 二项分布  $B(n, p)$

设事件  $A$  在任意一次实验中出现的概率都是  $p$  ( $0 < p < 1$ ).  $X$  表示  $n$  重伯努利试验中事件  $A$  发生的次数, 则  $X$  所有可能的取值为  $0, 1, 2, \dots, n$ , 且相应的概率为

$$P(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n.$$

(3) 几何分布

若  $X$  的概率分布为  $P(X = k) = (1-p)^{k-1} p$ , ( $0 < p < 1$ ),  $k = 1, 2, \dots$  则称  $X$  服从几何分布.

(4) 泊松分布  $P(\lambda)$

设随机变量  $X$  的概率分布为  $P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$  ( $\lambda > 0$ ), ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) 则称  $X$  服从参数

为  $\lambda$  的泊松分布, 记为  $X \sim P(\lambda)$ .

(5) 超几何分布  $H(N, M, n)$

设随机变量  $X$  的概率分布为  $P(X = k) = \frac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}$ , ( $k = 0, 1, 2, \dots, n$ ), 其中  $M, N, n$  都

是正整数, 且  $n \leq M \leq N$ , 则称  $X$  服从参数为  $N, M, n$  的超几何分布, 记为

$$X \sim H(N, M, n)$$

2. 利用分布函数求各种随机事件的概率:

已知随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x)$ , 则有

$$(1) P(X \leq a) = F(a)$$

$$(2) P(X > a) = 1 - P(X \leq a) = 1 - F(a)$$

$$(3) P(X < a) = F(a-0) = \lim_{x \rightarrow a^-} F(x)$$

$$(4) P(X = a) = P(X \leq a) - P(X < a) = F(a) - F(a-0)$$



$$(5) P(a < X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a) = F(b) - F(a)$$

$$(6) P(a < X < b) = P(X < b) - P(X \leq a) = F(b-0) - F(a)$$

$$(7) P(a \leq X \leq b) = P(X \leq b) - P(X < a) = F(b) - F(a-0)$$

$$(8) P(a \leq X < b) = P(X < b) - P(X < a) = F(b-0) - F(a-0)$$

3. 常用连续型随机变量:

(1) 均匀分布  $U(a, b)$

若连续型随机变量  $x$  具有概率密度  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a < x < b \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$ , 则称  $X$  服从  $(a, b)$  上的

均匀分布, 记为  $X \sim U(a, b)$

随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x < b \\ 1 & x \geq b \end{cases}$

(2) 指数分布  $E(\lambda)$

若连续型随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$ , 其中  $\lambda > 0$  为参数, 则称

$X$  服从参数为  $\lambda$  的指数分布, 记为  $X \sim E(\lambda)$ .

随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$

(3) 正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$

一般正态分布: 若连续型随机变量  $X$  的概率密度为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (-\infty < x < +\infty);$$

其中  $\mu, \sigma (\sigma > 0)$  为常数, 则称  $X$  服从参数为  $\mu, \sigma$  的正态分布, 记作  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ .

4. 标准正态分布:

(1) 定义: 当  $\mu = 0, \sigma = 1$  的正态分布称为标准正态分布, 记作  $N(0, 1)$ , 其概率密度

用  $\varphi(x)$  表示, 分布函数用  $\Phi(x)$  表示. 其中  $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} (-\infty < x < +\infty)$ .

(2) 性质

① 密度函数为偶函数, 即  $\varphi(x) = \varphi(-x)$ , 密度函数图形关于  $y$  轴对称.

② 常用公式:  $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$ ;  $\Phi(0) = \frac{1}{2}$ ;  $P(|X| \leq a) = 2\Phi(a) - 1$ .

5. 标准正态分布与一般正态分布的关系:

一般正态分布  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 可以通过线性变换  $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$  转化为标准正态分布.

### 第三节 二维随机变量及其分布

1. 二维随机变量的边缘分布函数:

设二维随机变量  $(X, Y)$  的分布函数为  $F(x, y)$ , 则称

$$F_X(x) = P\{X \leq x\} = P\{X \leq x, Y < +\infty\} = F(x, +\infty) = \lim_{y \rightarrow +\infty} F(x, y)$$

是二维随机变量  $(X, Y)$  关于  $X$  的边缘分布函数.

同理,  $F_Y(y) = F(+\infty, y) = \lim_{x \rightarrow +\infty} F(x, y)$  为二维随机变量  $(X, Y)$  关于  $Y$  的边缘分布函数.

2. 边缘分布:

对于二维离散型随机变量  $(X, Y)$ , 它的概率分布为

$$P\{X = x_i, Y = y_j\} = p_{ij}, i, j = 1, 2, \dots$$

则  $X$  的边缘分布为

$$P\{X = x_i\} = P\{X = x_i, Y < +\infty\} = \sum_{j=1}^{+\infty} P\{X = x_i, Y = y_j\} = \sum_{j=1}^{\infty} p_{ij} = p_{i.} (i = 1, 2, \dots)$$

$Y$  的边缘分布为

$$P\{Y = y_j\} = P\{X < +\infty, Y = y_j\} = \sum_{i=1}^{\infty} P\{X = x_i, Y = y_j\} = \sum_{i=1}^{\infty} p_{ij} = p_{.j} (j = 1, 2, \dots)$$

3. 边缘分布函数:

$$F_X(x) = P\{X \leq x\} = \sum_{x_i \leq x} P\{X = x_i\} = \sum_{x_i \leq x} p_{i.}$$

$$F_Y(y) = P\{Y \leq y\} = \sum_{y_j \leq y} P\{Y = y_j\} = \sum_{y_j \leq y} p_{.j}$$

## 第四节 随机变量的数字特征

常用随机变量的数学期望和方差：

分布名称	分布记号	期望	方差
0-1分布	$X \sim B(1, p)$	$p$	$p(1-p)$
二项分布	$X \sim B(n, p)$	$np$	$np(1-p)$
泊松分布	$X \sim P(\lambda)$	$\lambda$	$\lambda$
几何分布	$X \sim G(p)$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$
均匀分布	$X \sim U(a, b)$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$
指数分布	$X \sim E(\lambda)$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
正态分布	$X \sim N(\mu, \sigma^2)$	$\mu$	$\sigma^2$

## 第五节 大数定律和中心极限定理

1. 切比雪夫大数定律（一般情形）：

设  $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$  是由两两不相关（或两两独立）的随机变量所构成的序列，分别具有数学期望  $E(X_1), E(X_2), \dots, E(X_n), \dots$  和方差  $D(X_1), D(X_2), \dots, D(X_n), \dots$ ，并且方差有公共上界，即存在正数  $M$ ，使得  $D(X_n) \leq M, n=1, 2, \dots$ ，则对于任意给定的正数  $\varepsilon$ ，

$$\text{总有 } \lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \left| \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n EX_k \right| < \varepsilon \right\} = 1$$

2. 棣莫弗—拉普拉斯中心极限定理：

设随机变量  $X_n$  服从参数为  $n$  和  $p$  的二项分布，即  $X_n \sim B(n, p) (0 < p < 1, n=1, 2, \dots)$ ，则对于任意实数  $x$ ，有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \frac{X_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \leq x \right\} = \Phi(x)$$

## 第六节 样本及抽样分布

典型模式:

设随机变量  $X_1, X_2, \dots, X_n$  相互独立, 都服从标准正态分布  $N(0,1)$ , 则随机变量  $\chi^2 = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2$  服从自由度为  $n$  的  $\chi^2$  分布, 记作  $\chi^2 \sim \chi^2(n)$   $\chi^2(n)$  分布的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

## 第七节 参数估计与假设检验

### 1. 矩估计法

#### (1) 矩估计法思想

矩法的基本思想是用样本的  $k$  阶原点矩  $A_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k$  作为总体的  $k$  阶原点矩  $\mu_k = E(X^k)$  的估计。

令  $A_k = \mu_k$ , 即  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k = E(X^k) (k=1, 2)$ .

#### (2) 矩估计法的解题思路

①当只有一个未知参数时, 我们就用样本的一阶原点矩即样本均值来估计随机变量的一阶原点矩即期望。令  $\bar{X} = E(X)$ . 解出未知参数, 就是其矩估计量。

②如果有两个未知参数, 那么除了要用一阶矩来估计外, 还要用二阶矩来估计. 因为两个未知数, 需要两个方程才能解出. 解出未知参数, 就是参数的矩估计。

### 2. 最大似然估计法

#### (1) 离散型随机变量

设总体  $X$  是离散型随机变量, 概率分布为  $P\{X = t_i\} = p(t_i; \theta), i=1, 2, \dots$ , 其中  $\theta \in \Theta$  为待估参数。

设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的样本,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是样本值, 称函数

$$L(\theta) = L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = \prod_{i=1}^n p(x_i; \theta)$$

为样本  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的似然函数. 如果  $\hat{\theta} \in \Theta$ , 使得

$L(\hat{\theta}) = \max_{\theta \in \Theta} L(\theta)$ , 这样的  $\hat{\theta}$  与  $x_1, x_2, \dots, x_n$  有关, 记作  $\hat{\theta}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , 称为未知参数  $\theta$  的

最大似然估计值, 相应的统计量  $\hat{\theta}(X_1, X_2, \dots, X_n)$  称为  $\theta$  的最大似然估计量。

(2) 连续型随机变量

设总体  $X$  的概率密度函数  $f(x; \theta)$ , 其中  $\theta \in \Theta$  为待估参数, 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的样本  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是样本值, 称函数  $L(\theta) = L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta)$  为样本

$x_1, x_2, \dots, x_n$  的似然函数. 如果  $\hat{\theta} \in \Theta$ , 使得  $L(\hat{\theta}) = \max_{\theta \in \Theta} L(\theta)$ , 这样的  $\hat{\theta}$  与  $x_1, x_2, \dots, x_n$  有

关, 记作  $\hat{\theta}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , 称为未知参数  $\theta$  的最大似然估计值, 相应的统计量

$\hat{\theta}(X_1, X_2, \dots, X_n)$  称为  $\theta$  的最大似然估计量。

(3) 最大似然估计法的步骤

① 写出似然函数

$$L(x_1, \dots, x_n; \theta_1, \dots, \theta_m) = \prod_{i=1}^n P(x_i, \theta_1, \dots, \theta_m) \quad (\text{离散型})$$

$$L(x_1, \dots, x_n; \theta_1, \dots, \theta_m) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta_1, \dots, \theta_m); \quad (\text{连续型})$$

② 取对数  $\ln L$ ;

③ 对  $\theta_1, \dots, \theta_m$  求偏导数  $\frac{\partial \ln L}{\partial \theta_i}, i = 1, \dots, m$

④ 判断方程组  $\frac{\partial \ln L}{\partial \theta_i} = 0$  是否有解. 若有解, 则其解即为所求最大似然估计; 若无解,

则最大似然估计常在  $\theta_i$  的边界点上达到。